

RAÍZ UNITARIA Y CAMBIO ESTRUCTURAL EN LAS SERIES DE TIEMPO DE MÉXICO

Guillermo Martínez Atilano*

Resumen

En este artículo se reportan de forma sistemática los resultados de la aplicación de las pruebas de raíz unitaria a 12 series de tiempo de la economía mexicana. En todos los casos se llevó a cabo la prueba de raíz unitaria, considerando diferentes supuestos sobre el proceso generador de datos. Se describen los contrastes de raíz unitaria con constante, tendencia, rezagos distribuidos, rezagos estacionales, con el propósito de crear una materia común de comparación entre las diferentes pruebas realizadas. Especialmente se reportan los resultados considerando el cambio estructural.

* Profesor del Área de Modelación de Sistemas para la Economía y Administración. Departamento de Economía. Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.

1. Introducción

Hace ya veinte años que Nelson y Plosser (1982) publicaron un artículo que habría de revolucionar la economía aplicada, en ese artículo los autores afirmaban que la mayoría de las series económicas presentaban una raíz unitaria, es decir, eran no estacionarias. Esta afirmación habría de tener implicaciones importantes para la construcción de los modelos econométricos, pero sin duda para la macroeconomía, pues este resultado significaba una severa crítica a los modelos macroeconómicos. Asimismo señalaban la posibilidad de encontrar relaciones de comportamiento que podrían indicar relaciones espurias entre las variables. La existencia de raíz unitaria también limita los resultados de los modelos de vectores autorregresivos (VAR), ya que éstos requieren para su construcción que las series sean estacionarias, y no obstante que, al igual que la metodología de Box-Jenkins, compartía sus virtudes también compartía sus problemas, es decir, al hacer estacionarias las series por medio de la diferenciación de las mismas se perdía la información de largo plazo que las series contienen. En este sentido, los modelos VAR debían ampliarse para incorporar la relación de largo plazo, es decir, formularse en términos de un modelo de mecanismo de corrección (VEC).

El objetivo de este trabajo es doble: por una parte, reportar de forma sistemática y explícita los resultados de aplicación de las pruebas de raíz unitaria. Se describe el resultado de la aplicación de las pruebas tradicionales de raíz unitaria a 12 variables de la economía mexicana. En segundo lugar, aplicar las pruebas de raíz unitaria que se han propuesto en las últimas dos décadas para aumentar la confiabilidad de esta prueba, de tal forma que la potencia de la prueba aumente y sea una guía confiable para decidir el carácter estacionario de las series bajo estudio. En todos los casos se llevaron a cabo las pruebas de raíz unitaria con constante, tendencia, rezagos distribuidos, rezagos estacionales y especialmente se reportan los resultados considerando el cambio estructural.

2.1 Hipótesis nula y alternativa en raíz unitaria

Las afirmaciones de Nelson y Plosser descansan en la prueba de raíz unitaria, así, al demostrar que ésta no es correcta, se pueden cuestionar los hallazgos de estos autores. Durante los últimos veinte años, se ha desarrollado un gran esfuerzo de investigación para identificar cuándo una serie es no estacionaria. Primero con base en la prueba de raíz unitaria utilizada por Nelson y Plosser, y más adelante con base en una visión más amplia del proceso generador de datos (PGD), de tal suerte que han podido establecerse tres aspectos en el análisis de estacionalidad.

Estos aspectos deben ser considerados cuando se aplica esta prueba a los casos de las series de tiempo económicas. Cada uno de ellos atiende a alguna propiedad del proceso generador de datos. El primer aspecto se refiere al tipo de regresores incluidos en el modelo que sirve de base para definir la hipótesis nula de raíz unitaria o de estacionariedad. Así, pueden enunciarse supuestos acerca de las propiedades del término de perturbación, en específico, si presenta o no autocorrelación serial. También se pueden formular supuestos en términos de los elementos deterministas como una media distinta de cero o una tendencia lineal e incluso polinomial. Y acerca de si el proceso contiene componentes estacionales deterministas, o bien, si el proceso está afectado por acontecimientos externos que cambian su estructura. El segundo aspecto se refiere al orden de integración del proceso generador de datos. En este caso se cuenta con tres pruebas: 1) Contrastes para detectar una raíz unitaria regular o no estacional. 2) Contrastes para detectar una raíz unitaria en la frecuencia estacional. 3) Contrastes para detectar raíces múltiples regulares o estacionales. Por último, el tercer aspecto trata sobre la linealidad o no-linealidad de la serie de tiempo que se pretende analizar.

Pero antes de continuar es preciso establecer cuándo una serie es estacionaria. En general una serie de tiempo estacionaria se representa por un proceso autorregresivo de orden p , es decir, AR (p) y se escribe de la siguiente forma:

$$A(L)y_t = \mu_t + u_t \quad (1)$$

donde $A(L) = 1 - \rho_1 L - \rho_2 L^2 - \dots - \rho_k L^k$. Sustituyendo L por el valor 1 se obtiene $A(1) = 1 - \rho_1 - \rho_2 - \dots - \rho_k$. De forma que $A(1)$ representa la suma de todos los coeficientes en el esquema autorregresivo. Para averiguar si el proceso de orden p -ésimo tiene una raíz unitaria, reescribimos $A(L)$ como

$$A(L) = (1 - \rho L) B(L) \quad (2)$$

donde $B(L)$ es un polinomio de grado $p - 1$ en el operador de rezago. Si, análogamente, reemplazamos L por el valor 1 en esta expresión, se obtendrá entonces $A(1) = (1 - \rho) B(1)$. Consecuentemente, si el proceso tiene una raíz unitaria, entonces $A(1)$ es igual a cero; es decir, la suma de todos los coeficientes autorregresivos será cero. Una estimación directa del proceso $AR(p)$ conduce a una estimación de los coeficientes ρ_k . Dichos coeficientes no permiten una prueba simple de la hipótesis nula, toda vez que son funciones del parámetro ρ . Sin embargo, una prueba simple puede obtenerse mediante un reacomodo del proceso autorregresivo para aislar el parámetro de interés. Para ilustrar la prueba raíz unitaria, consideremos como ejemplo un proceso $AR(1)$:

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

donde ρ es el parámetro autorregresivo y las ε_t están distribuidas de manera idéntica e independiente, con media igual a cero y varianzas iguales. El proceso $AR(1)$ es estacionario si $-1 < \rho < 1$. En el caso en que $\rho = 1$, la ecuación define un paseo aleatorio donde y_t es no estacionaria. Si el proceso se empieza en algún punto específico, entonces la varianza de y_t aumenta de manera uniforme con el tiempo, de tal suerte que la varianza incondicional tiende a infinito. Si el valor absoluto del parámetro ρ es mayor a uno, entonces la serie es explosiva. La hipótesis nula crucial para ensayar el carácter no-estacionario consiste en que el valor absoluto de ρ es igual a uno. Pero como esto nos llevaría al caso de no convergencia, debemos reformular el proceso $AR(1)$, restando a ambos lados la variable rezagada un periodo, es decir:

$$y_t - y_{t-1} = \rho y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4)$$

que se puede expresar como una serie en primeras diferencias y con coeficiente igual a $\delta = (\rho - 1)$. Por lo que la prueba se realiza utilizando la siguiente ecuación:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5)$$

La hipótesis nula queda entonces $H_0: \{\delta = 0\}$. La prueba para esta hipótesis es una prueba de raíz unitaria. Por medio del método de mínimos cuadrados ordinarios se puede estimar esta regresión y calcular el t -estadístico para esta hipótesis, el cual puede ser usado para verificar o probar el grado de significación. Sin embargo, este t calculado no puede estar asociado con los valores críticos en la tabla de la distribución t de Student, toda vez que bajo el supuesto de la hipótesis nula, la variable que está en el miembro de la izquierda resulta ser no-estacionaria, con lo que dicha tabla deja de tener validez. En lugar de ello, al estadístico t se le denomina estadístico (tau) y se compara no contra las tablas tradicionales de la distribución t de Student, sino con las tablas elaboradas por Dickey-Fuller¹, lo cual explica por qué a esta prueba de regresión se le conoce como la prueba DF².

En el siguiente cuadro se presentan los valores críticos utilizados por primera vez por Dickey-Fuller para establecer la prueba de raíz unitaria.

¹ En *Introduction to Statistical Time Series*, Wiley, 1976, Fuller dedujo algunas distribuciones límite para la prueba estadística, mientras que Dickey, en su tesis doctoral *Estimation and Hypothesis Testing in Nonstationary Time Series*, Iowa State University, 1976, calculó aproximaciones empíricas para algunos tamaños de muestra seleccionados.

² Más recientemente, un trabajo de MacKinnon (*Critical Values for Cointegration Tests*, editado por Engle y Granger) realizó varias réplicas en cierto modo más universales que las que provienen de las tablas de Dickey-Fuller. Además, MacKinnon estimó las regresiones de superficie sobre dichas réplicas, las cuales permiten hacer el cálculo de los valores críticos para cualquier tamaño de muestra, y cualquier selección de las variables que intervienen en el miembro de la derecha.

CUADRO 1. VALORES CRÍTICOS PRUEBA DE DICKEY FULLER

Tamaño de muestra - n	Nivel de significancia		
	0.01	0.05	0.10
25	-2.66	-1.95	-1.60
50	-2.66	-1.95	-1.61
100	-2.66	-1.95	-1.61
250	-2.58	-1.95	-1.62
500	-2.26	-1.95	-1.62
	-2.25	-1.95	-1.62

Fuller, D. *Introduction to Statistical Time Series*, Wiley, 1976.

Además de la prueba simple de raíz unitaria mostrada en la sección anterior, se han desarrollado pruebas más rigurosas entre las que destaca la prueba ampliada de Dickey-Fuller (ADF). Esta última se utiliza rutinariamente y forma parte de la batería de pruebas utilizadas en la segunda parte de este artículo. La prueba aumentada de Dickey-Fuller consiste en correr una regresión sobre la primera diferencia de la serie contra la serie que se tenía antes, rezagando así por un lado los términos de diferencia y, opcionalmente, una constante y una tendencia en el tiempo. Con dos términos de la diferencia rezagados, la regresión queda expresada como sigue:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \beta_2 \Delta y_{t-2} + \gamma + \beta_0 t \quad (6)$$

En cada caso, la prueba para la raíz unitaria es una prueba sobre el coeficiente de y_{t-1} en la regresión. Si dicho coeficiente es significativamente distinto de cero, entonces se rechaza la hipótesis de que y contiene una raíz unitaria, y en ese caso se acepta la hipótesis de que y es estacionaria en lugar de integrada.

Después de correr la prueba ADF, se recomienda estudiar la ecuación real de prueba, tal y como se haría con otras regresiones³. En tal caso es deseable volver a correr la ecuación de prueba con una selección distinta de las variables (por ejemplo, añadiendo o quitando una constante, una tendencia o algunas diferencias rezagadas). Entonces se podría efectuar una prueba para averiguar si la serie es del tipo I(1), es decir, serie integrada de primer orden, o bien una serie integrada de orden superior. Se dice que una serie es del tipo I(1) si su primera diferencia no contiene una raíz unitaria. Además, se puede repetir la prueba ADF sobre la primera diferencia de la serie para ensayar la hipótesis de que el orden de integración es 1, contra la alternativa de que es de órdenes superiores. Se puede incluso repetir la prueba sobre las segundas diferencias, en caso de encontrar que la primera diferencia pudiera no ser estacionaria.

T es el número de observaciones; $yE[\eta_t] = 0$, y no se exige el cumplimiento de la no autocorrelación y la homoscedasticidad como en la DF. Se calculan los siguientes estadísticos⁴:

CUADRO 2. TEST DE RAÍZ UNITARIA, PRUEBA DF CON TENDENCIA Y CON DERIVA

Cuadro 2. Test de Raíz unitaria prueba DF con tendencia y con deriva			Valores Críticos	
Modelo	Hipótesis nula	Estadístico	95%	99%
$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \beta T + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ_T	-3.45	-4.04
		τ_T	3.11	3.78
		τ_T	2.79	3.53
$\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ_μ	-2.89	-3.51
		τ_T	2.54	3.22
$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$	$\delta = 0$	τ_μ	-1.95	-2.60

Fuller, D. *Introduction to Statistical Time Series*, Wiley, 1976.

³ Aunque no se mencionó explícitamente, el supuesto distribucional debajo de las pruebas DF y ADF es que los errores ε en estos modelos deben ser ruido blanco, por lo que debe cuidarse el número de rezagos o equivalentemente el modelo AR que mejor ajuste al proceso bajo estudio. Phillips y Perron (PP) instrumentaron una prueba similar a la de DF, pero que permite relajar los supuestos concernientes a los errores.

⁴ Estos estadísticos se calculan de manera no paramétrica y resultan ser fórmulas con cierto grado de complicación.

Ciertamente los parámetros de la prueba aumentada son modificaciones de los estadísticos τ_1 , τ_2 y ϕ_3 de la prueba DF, pero su cálculo no exige el cumplimiento de la homocedasticidad o no autocorrelación en el error η_t .

Los valores críticos para la prueba ampliada son los mismos que para la DF simple, esto es, se da la no existencia de raíces unitarias, si al contrastar $z(\tau_1)$ ó $z_-(\tau_1)$ contra un valor en tablas $-q\alpha$ (tabla Fuller, 1976, o tabla MacKinnon, 1991, con $n = 1$) resultan ser menores en valor. Esto quiere decir que se rechaza $H_0: a_1 = 1$ y se concluye que la serie es estacionaria.

Antes de continuar, cabe mencionar que un proceso estacionario presenta sus raíces fuera del círculo unitario, mientras que uno no estacionario presenta al menos una raíz sobre o dentro del mismo. Dentro de los procesos no estacionarios se encuentran las caminatas aleatorias, las cuales presentan sus raíces sobre el círculo unitario. Hay dos posibles elecciones al correr la prueba de raíz unitaria. La primera consiste en decidir si conviene incluir o no una constante, y la segunda en averiguar si conviene modelar las tendencias deterministas. Es importante señalar que las pruebas Dickey-Fuller (DF) simples y la prueba de Phillips-Perron (PP), son pruebas que tienen como hipótesis alternativa que la serie es estacionaria con media cero. Esto es, son pruebas que deben utilizarse básicamente como una prueba de diagnóstico para el caso de los residuales de un modelo de cointegración o de un modelo ARIMA. Por lo tanto, estas pruebas no pueden ser utilizadas directamente para probar la estacionalidad de las series de tiempo de la economía mexicana.

La elección de la hipótesis nula y la alternativa en las pruebas de raíz unitaria es una parte fundamental de este tipo de pruebas. En el siguiente cuadro se resumen los tipos de contraste que pueden realizarse.

CUADRO 3. CONTRASTE DE RAÍZ UNITARIA

Tipo de prueba	Hipótesis nula	Hipótesis alternativa
1. DF	Raíz unitaria	Estacionariedad con media cero
2. ADF	Raíz unitaria	Estacionariedad
3. ADF	Raíz unitaria con deriva	Tendencia estacionaria
4. KPSS	Estacionariedad	Raíz unitaria
5. KPSS	Tendencia estacionaria	Raíz unitaria con deriva

La primera prueba de raíz unitaria es la prueba sencilla de Dickey-Fuller para probar si los residuales de una regresión son ruido blanco. En este sentido, la hipótesis alternativa consiste en formular la existencia de una serie de tiempo con media cero y homocedasticidad, es decir, varianza constante. Esta prueba forma parte de las pruebas de diagnóstico utilizadas para determinar que un modelo econométrico específico cumple con los supuestos del modelo de regresión lineal múltiple.

La segunda prueba de Dickey-Fuller establece como hipótesis nula que la serie de tiempo es un paseo aleatorio con deriva, mientras que la hipótesis alternativa señala que la serie de tiempo es una serie estacionaria con tendencia determinista. En este último caso se considera el hecho de que la mayoría de las series de tiempo económicas poseen una tendencia determinística, que puede ser causada por el crecimiento económico de largo plazo.

Además de las pruebas de Dickey-Fuller existen las pruebas de KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin), en las cuales, al contrario, se establece como hipótesis nula que la serie de tiempo es estacionaria y como hipótesis alternativa que tiene una raíz unitaria.

2.2 Propiedades de largo plazo de las series del producto

Previo a la construcción de un modelo econométrico es necesario realizar pruebas de raíz unitaria con y sin cambio estructural, para conocer el orden de integración de las mismas. Además, es indispensable, en el caso de que las series sean integradas de orden $I(1)$, que se expliciten las posibles relaciones de cointegración existentes entre el vector de series de tiempo que se desea modelar. En el contraste de hipótesis de raíz unitaria aplicado a las series de tiempo de la economía mexicana, se utilizaron las pruebas que consideran la existencia de una tendencia determinista como hipótesis alternativa⁵. Esto debido a que las series de tiempo presentan en la mayoría de los casos una tendencia creciente, o bien cambios de tendencia. Realmente, es difícil afirmar que la tendencia sea determinista o estocástica, por lo cual deberán aplicarse las dos pruebas.

CUADRO 4. ORDEN DE INTEGRACIÓN DEL PRODUCTO REAL
(Datos anuales)

Serie	Prueba realizada	Estadístico	Nivel de significancia	Valores críticos*	Resultado
LY Log(PIB)	ADF (constante y tendencia) con 1 rezago, de acuerdo con el criterio AIC.	-1.13991	1%	-4.1923	Existe al menos una raíz unitaria
			5%	-3.5207	
			10%	-3.1912	
	KPSS **	0.20606	1%	0.2160	No es estacionaria
			5%	0.1460	No es estacionaria

* Valores de Mackinnon para 42 grados de libertad y $n = 1$, periodo 1960-2002.

** Valores críticos de Kwiatkowski *et al.* (1992).

El PIB anual de México tiene una raíz unitaria y una tendencia creciente. Es decir, se caracteriza por presentar tanto una tendencia estocástica como una determinística. Mientras que el PIB per cápita tiene una raíz unitaria y

⁵ Es importante señalar que los modelos con datos trimestrales se realizaron con datos de la economía mexicana para el periodo 1980-2002. Todas las estimaciones que a continuación se presentan se realizaron con los paquetes CATS para RATS 5.0 (*Regression Analysis of Time Series*) y E-views 4.1 de *Quantitative MicroSoftware*. Las corridas computacionales se presentan al final de este artículo.

no presenta una tendencia creciente. Esto significa que el crecimiento de largo plazo de la economía mexicana, se explica más por choques reales de oferta agregada. El PIB trimestral real tiene al menos una raíz unitaria al 95% de significancia. En cambio, cuando se le estima al 99%, se concluye que presenta una tendencia determinística y, por lo tanto, la serie sin tendencia es estacionaria de acuerdo con la prueba de Perron.

CUADRO 5. ORDEN DE INTEGRACIÓN DEL PRODUCTO REAL Y PER CÁPITA (Datos anuales)

Serie	Prueba realizada	Estadístico	Prob	Valores críticos*	Resultado
PIB per cápita	ADF (constante y tendencia) sin rezagos, de acuerdo con el AIC.	-1.2688	1%	-4.1923	Existe al menos una raíz unitaria
			5%	-3.5207	
			10%	-3.1912	
	KPSS **	0.196534	1%	0.2160	No es estacionaria
			5%	0.1460	No es estacionaria

* Valores de Mackinnon para 42 grados de libertad y $n = 1$, periodo 1960 – 2002.

** Valores críticos de Kwiatkowski *et al.* (1992).

3.1 Raíz unitaria en presencia de cambio estructural

Como señala Enders (1995), al utilizar pruebas de raíces unitarias, debe guardarse especial cuidado cuando se sospecha de la existencia de cambio estructural. Perron (1989) sostuvo que los tradicionales test de raíz unitaria (Dickey-Fuller, Dickey-Fuller aumentado y Phillips-Perron) tenían poco poder para diferenciar una trayectoria de raíz unitaria de una estacionaria, cuando había cambio estructural. En consecuencia, como estas pruebas estaban sesgadas hacia el no rechazo de la hipótesis nula de raíz unitaria, a menudo se rechazaba incorrectamente la hipótesis alternativa de estacionariedad. Perron encontró, por ejemplo, que las series de agregados macroeconómicos y financieros utilizados por Nelson y Plosser (1982) eran en su mayoría estacionarias con cambio estructural. Cuando existen cambios bruscos en la serie, debido al cambio estructural de los mercados, los estadísticos de Dickey-Fuller pueden estar sesgados hacia el no rechazo de la prueba de raíz unitaria. Una posible solución, cuando se presenta el cambio

estructural, es dividir la muestra en dos subperiodos y utilizar la prueba de DF en cada uno de ellos. Sin embargo, en el análisis de series de tiempo, el tamaño de muestra pequeño puede ser un problema.

Debido a esto Perron (1989) demostró que es posible incorporar el cambio estructural en una prueba de raíces unitarias, con un método similar al utilizado en mínimos cuadrados ordinarios, es decir, si se considera que existe un cambio en la serie que desplaza a la misma de su nivel. Considera una prueba alternativa de un cambio en el intercepto de la tendencia de un proceso estacionario. Perron formula la siguiente alternativa para la hipótesis nula:

$$\begin{aligned} H : y_t &= a_0 + \mu_1 D_p + \varepsilon_t \\ A1 : y_t &= a_0 + a_2 t + \mu_2 D_l + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (7)$$

donde D_p representa una variable *dummy*, tal que $D_p = 1$ si $t = t + 1$ y cero en cualquier otro caso; D_l representa una variable *dummy* de nivel tal que $D_l = 1$ si $t > \tau$ y cero en cualquier otro caso. La prueba propuesta por Perron se utiliza para determinar si existe un modelo para la serie (7), y su forma de implementarla. Se estima la ecuación de regresión:

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \mu_2 D_l + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

Se calcula el estadístico t para la hipótesis nula $a_1 = 1$, con lo que se puede comparar para el valor crítico calculado por Perron. Si se encuentra que el estadístico t es menor que el valor crítico calculado por Perron, entonces no es posible rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria y un impulso debe ser incluido para el análisis de cointegración.

Como se mencionó anteriormente, al llevar a cabo la prueba DF o la ADF, debe tenerse cuidado de que la serie no presente cambios estructurales, ya que podría determinarse la existencia de una raíz unitaria donde ésta no existe. Esto es, una serie que parece tener una cierta "tendencia" que no es más que la presencia de un cambio estructural al momento k . En consecuencia,

al llevar a cabo una prueba de raíz unitaria, ésta podría no rechazar la hipótesis nula de la presencia de raíces unitarias. Una solución para eliminar este sesgo a no rechazar la hipótesis nula de la presencia de raíces unitarias de las pruebas DF y ADF, cuando existe un cambio estructural en una serie estacionaria, es analizarla en dos partes: una antes del cambio estructural y otra posterior a éste. Desafortunadamente, esta solución posee el problema de incrementar el error de tipo I al introducir una prueba más al análisis. Además, bajo esta solución, se provoca la reducción de grados de libertad en las pruebas reduciendo la potencia de éstas.

Pierre Perron (1989) llevó a cabo una serie de estudios para modelar cambios estructurales, y concluyó que lo que debe hacerse es analizar el cambio estructural al mismo tiempo que las raíces unitarias. Para llevar a cabo este análisis planteó dos posibles modelos: el modelo bajo la hipótesis nula y el modelo bajo la hipótesis alternativa. En el primer caso, la serie presenta un cambio estructural al tiempo k (desafortunadamente debe conocerse el momento en que éste sucede) y además presenta tendencia estocástica antes y después del cambio estructural. Lo anterior se expresa como:

$$H_0 : y_t = \mu_0 + y_{t-1} + \mu_1 D(k)p + \varepsilon_t \quad (9)$$

En el segundo modelo, la serie presenta un cambio estructural al tiempo k y además presenta tendencia determinista antes y después del cambio estructural. Lo anterior se expresa como:

$$H_A : y_t = \mu_0 + a_2 t + \mu_1 D(k)L + \varepsilon_t \quad (10)$$

donde: $D(k)p$ es una *dummy* que vale 1 al momento k y 0 en cualquier otro tiempo (se denomina variable de pulso o impulso). Mientras que $D(k)L$ es una *dummy* que vale 0 antes de k , y 1 en k y posteriormente (se denomina variable de permanencia o escalón). La prueba de raíces unitarias, bajo la sospecha de un cambio estructural, se lleva a cabo en los siguientes pasos: Se define en qué momento del tiempo ocurrió el cambio estructural llamado

k . Perron establece que la serie es estacionaria, es decir, presenta un cambio estructural en k . Por lo tanto, se ajusta el modelo alternativo a la serie de datos bajo estudio:

$$y_t = \mu_0 + a_2 t + \mu_1 D(k)L + \varepsilon_t \quad (11)$$

Debe ajustarse una variable *dummy* escalón, ya que se está asumiendo que la serie es estacionaria, y hay que recordarle todo el tiempo el cambio estructural. Obtener la serie de residuales producto del ajuste del modelo anterior, y'_t , la cual no debe presentar tendencia ni cambio estructural.

3.2 Cambio estructural en el sector externo

El cambio estructural ha ocurrido en el sector externo de México, por esta razón se presentan tres variables importantes para los estudios del sector externo: exportaciones reales, importaciones reales y el saldo externo, es decir, exportaciones menos importaciones igual a exportaciones netas. Además se considera el saldo externo definido como el saldo de la cuenta corriente. Como puede observarse en el cuadro 6, la aplicación del modelo simple de Dickey-Fuller resulta en que todas las series tienen al menos una raíz unitaria.

Un análisis más detallado nos debe servir para detectar el carácter estacionario de las series bajo estudio. Las exportaciones e importaciones reales son variables importantes de la economía mexicana con cambio de tendencia. En un periodo relativamente rápido, el nivel de las exportaciones y las importaciones pasó de 30 mil millones de dólares anuales a más de 100 mil millones por año. Por otro lado, la firma del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN) es un elemento a considerar como un cambio estructural importante.

En la aplicación de las pruebas de raíz unitaria que se reportan en el siguiente cuadro puede observarse un hecho interesante: que las exportaciones tienen al menos una raíz unitaria y, por tanto, son integradas de orden uno, mientras que las importaciones resultaron integradas de orden dos. Además,

el punto de cambio estructural es diferente, pues en el caso de las exportaciones se estableció en el primer trimestre de 1994, y para las importaciones el cambio ocurrió unos años antes, en 1987, es decir, coincidió con la entrada de México al GATT. Este hecho parece indicar que es más fácil importar que exportar, o bien que se dio una asimetría en la apertura de la economía mexicana que el TLCAN ayudó a corregir. Por otra parte, el hecho de que el orden de integración de estas dos variables puede ser la causa de que la cuenta corriente sea integrada de orden uno, destaca fuertemente, ya que si atendemos a la definición de la cuenta corriente como el ahorro externo, entonces debería ser estacionaria, pues es la variable de ajuste del saldo externo. Sin embargo, este resultado permite formular la hipótesis de que si el saldo externo es no estacionario, el comportamiento de esta serie de tiempo podría estar gobernado por un componente transitorio y uno permanente⁶.

CUADRO 6. ORDEN DE INTEGRACIÓN EN PRUEBA ADF Y PERRON SOBRE RESIDUALES (Datos trimestrales)

Variable	Estadístico	%	Valores Críticos*	Resultado
X Exportación bienes y servicios (constante y tendencia) con un rezago. Cambio estructural en 1994	-1.057160	1% 5% 10%	-4.0632 -3.4605 -3.1564	Existe al menos una raíz unitaria I(1)
M Importación de bienes y servicios (constante y tendencia) con nueve rezagos. Cambio estructural en 1987.	-2.1184	1% 5% 10%	-4.0738 -3.4655 -3.1593	Existe al menos una raíz unitaria I(2)
XN Exportaciones netas con cuatro rezagos. Cambio estructural en 1995.	-3.1068	1% 5% 10%	-2.5909 -1.9441 -1.6178	Existe raíz unitaria I(1)
LCA Logaritmo de la cuenta corriente	-1.815119	1% 5% 10%	-2.5909 -1.9441 -1.6178	Existe una raíz unitaria I(1)

*Valores de Mackinnon para 88 grados de libertad y $n=1$, periodo 1980(1)-2002(4),

⁶ Martínez Atilano, Guillermo. "Inestabilidad del tipo de cambio. Un modelo de componentes permanentes y transitorios", *Economía Teoría y Práctica*, núm. 12, UAM-I, México, 2000.

3.3 Variables financieras como paseos aleatorios

A diferencia de la teoría económica que postula que la mayoría de las series de tiempo son estacionarias, la teoría financiera señala que ciertas variables son no estacionarias, en especial el modelo de CAPM⁷. Con la hipótesis de eficiencia de los mercados este modelo establece que el comportamiento de las cotizaciones en el mercado de valores es no estacionario, es decir, que es un paseo aleatorio⁸. En este sentido, la prueba de raíz unitaria ha sido utilizada para demostrar el carácter aleatorio de las series financieras.

CUADRO 7. ORDEN DE INTEGRACIÓN EN PRUEBA ADF
(Datos mensuales)

Serie	Descripción	Estadístico	Prob.	Valores críticos*	Resultado
INMEX	Índice de Precios y Cotizaciones	3.727505	1%	-3.5101	Raíz unitaria I(1) con deriva
			5%	-2.8963	
			10%	-2.5851	
M1	Agregado monetario nominal	3.727505	1%	-3.5101	Raíz unitaria I(2)
			5%	-2.8963	
			10%	-2.5851	
RF	Riqueza financiera real definida como (M4 - M1)	3.727505	1%	-3.5101	Raíz unitaria I(1) con deriva
			5%	-2.8963	
			10%	-2.5851	
TIN	Tasa de Interés Nominal de los Cetes a 90 días	3.727505	1%	-3.5101	Raíz unitaria I(1) con deriva
			5%	-2.8963	
			10%	-2.5851	
P	Índice de Precios al Consumidor	3.727505	1%	-3.5101	Raíz unitaria I(2)
			5%	-2.8963	
			10%	-2.5851	
DLP	Inflación mensual	3.727505	1%	-3.5101	Raíz unitaria I(1)
			5%	-2.8963	
			10%	-2.5851	

* Valores de Mackinnon para 264 grados de libertad y $n = 1$, periodo 1980(1)-2002(12).

⁷ El modelo de fijación de activos de capital (Capital Assets Prices Model).

⁸ Por ejemplo, los modelos de eficiencia del mercado de capitales postulan un comportamiento no estacionario (Begg, 1986, pág. 120), lo mismo que el modelo de caminata aleatoria de la función consumo de R. Hall (1978).

4. Conclusiones

Podemos concluir que todas las series son no estacionarias en niveles. Según lo expuesto anteriormente, a cada una de las series se aplicaron las pruebas de DF, DFA, Phillips-Perron y KPSS. Los resultados obtenidos para $I(0)$ se presentan en el cuadro 3, el cual resume las pruebas de Dickey-Fuller Aumentada (Dickey y Fuller, 1981) y de Phillips-Perron (1988) para raíces unitarias. En virtud de la volatilidad que presentan las series, se procedió a realizar las pruebas suponiendo un proceso generador de los datos diferente al de los autorregresivos de orden uno y dos de las pruebas de Dickey-Fuller. Para esto se utilizó la prueba de Phillips-Perron. En el cuadro se resumen los resultados de la aplicación de esta prueba a las diferentes series. Para las series se comprobó el resultado ya obtenido con anterioridad: todas ellas resultan integradas de orden uno $I(1)$, excepto la cuenta corriente que resulta $I(0)$, al aplicar la prueba con cambio estructural de Perron.

Bibliografía

- Charemza, W. W. y D. F. Deadman. *New Directions in Econometric Practice*, Edward Elgar Publishing, Londres, 1992.
- Cuthbertson, K., S. Hall y M. Taylor. *Applied Econometric Techniques*, Wiley Sons, Londres, 1992.
- Davidson, R. y J. MacKinnon. *Estimation and Inference in Econometrics*, Oxford University Press, Oxford, 1993.
- Dickey, D. A. y W. A. Fuller. "Distribution of the Estimator for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of American Statistical Association*, núm. 74, 1979, pp. 427-431.
- Dickey, D. A. y W. A. Fuller. "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With Unit Root", *Econometrica*, vol. 49, núm. 4, 1981, pp. 1057-1072.
- Enders, W. *Applied Econometric Time Series*, Wiley & Sons Inc., Nueva York, 1993.
- Engle, R. F. y C. W. J. Granger. "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, vol. 55, núm. 2, 1987, pp. 251-276.
- Granger, C. W. J. (ed.). "Modelling Economic Series", *Readings in Econometric Methodology*, Oxford Press, Oxford, 1990.
- Hendry, D. F. *Dynamic Econometrics*, Oxford University Press, Oxford, 1995, pp. 869.

- Kwiatkowski, D., P. Phillips, P. Schmidt y Y. Shin. "Testing the Null of Stationarity against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics*, núm. 54, 1992, pp. 159-178.
- Martínez Atilano, Guillermo. "El análisis de series de tiempo económicas", *Serie de Investigación*, núm. 9, UAM-I, México, 1993.
- Martínez Atilano, Guillermo. "Inestabilidad del tipo de cambio. Un modelo de componentes permanentes y transitorios", *Economía Teoría y Práctica*, núm. 12, UAM-I, México, 2000.
- Nelson, Charles R. e I. Plosser. "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Journal of Monetary Economics*, vol. 10, 1982, pp. 139-162.
- Perron, P. "The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, núm. 57, 1989a, pp. 1361-1401.
- Phillips, P. C. B. y P. Schmidt. "Testing for a Unit Root in the Presence of Deterministic Trends", *Oxford Bulletin for Economics and Statistics*, núm. 54, 1992, pp. 257-288.

ANEXO

DEFINICIÓN DE LAS SERIES DE TIEMPO DE LA ECONOMÍA MEXICANA

Datos Anuales	
PIB	Producto Interno Bruto de México a precios de 1980. Datos anuales a partir de 1960 en miles de millones de pesos.
PERPIB	Producto Interno Bruto de México per cápita anual. Datos anuales a partir de 1960 en pesos de 1980.
Datos Trimestrales	
Y	Producto Interno Bruto de México a precios de 1993. Datos trimestrales a partir del primer trimestre de 1980, en miles de millones de pesos.
DLY	Primera diferencia del logaritmo de LY. También se interpreta como la tasa de crecimiento real del PIB mexicano.
X	Exportaciones totales de bienes y servicios a precios de 1993. Datos trimestrales a partir del primer trimestre de 1980, en miles de millones de pesos.
M	Importaciones totales de bienes y servicios a precios de 1993. Datos trimestrales a partir del primer trimestre de 1980, en miles de millones de pesos.
XN	Exportaciones netas de bienes y servicios a precios de 1993, también llamado Saldo Externo. Datos trimestrales a partir del primer trimestre de 1980, en miles de millones de pesos.
LCA	Logaritmo natural de la cuenta corriente. El saldo de la cuenta corriente se calculó de acuerdo con la siguiente expresión $\log(\text{Ingresos/Egresos})$. De esta forma se eliminó el problema de calcular el logaritmo para observaciones negativas en la cuenta saldo externo. Haciendo uso de las propiedades de los logaritmos, se obtiene una expresión consistente de la cuenta corriente en niveles. Los ingresos y egresos de esta cuenta se anotan en millones de dólares, y se deflactaron con el índice de precios al consumidor de Estados Unidos (base 1980 = 100), de acuerdo con el Departamento de Comercio de EUA.
Datos Mensuales	
INMEX	Índice de precios y cotizaciones, año base 1978 = 100, de acuerdo con la metodología de la Bolsa Mexicana de Valores.
M1	Agregado monetario M1, de acuerdo con la antigua metodología utilizada por el Banco de México, en millones de pesos.
M1R y M4R	Agregados monetarios, en millones de pesos deflactados por el INPC, base 1994 = 100.
RF	Riqueza financiera real definida como $(M4 - M1)$.
TIN	Tasa de interés nominal correspondiente a los CETES a 90 días, Banco de México.
P	Índice de precios al consumidor, año base 1994 = 100, de acuerdo con la metodología del Banco de México.
DLP	Primera diferencia del logaritmo natural del índice de precios al consumidor. Haciendo uso de las propiedades de los logaritmos, esta serie de tiempo corresponde con la inflación mensual.