

# La limitación estadística y analítica en la investigación de la Deuda Pública de México

*Miguel Alvarez Texcotitla*<sup>1</sup>

*Shaní Eneida Alvarez Hernández*<sup>2</sup>

*Miguel David Alvarez Hernández*<sup>3</sup>

## Resumen

La contribución del presente trabajo de investigación consiste en indicar los principales obstáculos que enfrentan los estudiosos de la deuda pública en México. El análisis de la información estadística disponible de la deuda pública permite concluir que esta información es insuficiente, sesgada, opaca, rezagada e irrelevante. Asimismo, se realiza un análisis matemático minucioso de un modelo representativo de crecimiento económico que incorpora la deuda pública, con el propósito de mostrar los problemas analíticos que sufren estos modelos para incorporar a profundidad la relación entre deuda pública y crecimiento económico.

**Palabras clave:** Deuda Pública, Crecimiento Económico, Información Estadística, Estimadores.

## Abstract

The contribution of the present research paper is to indicate the main obstacles that scholars of public debt in Mexico confront. The analysis of the available statistical data of public debt allows us to conclude that such data is insufficient, biased, opaque, dated and irrelevant. Moreover,

- 
1. Doctor en Ciencias Sociales. Profesor Investigador en la Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.
  2. Licenciada en Matemáticas por la Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.
  3. MSc in Complex Systems Modelling por el King's College London.

\* Fecha de recepción: 17/10/2017. Fecha de aceptación: 28/03/2018.

a detailed mathematical analysis of a representative model of economic growth incorporating public debt is done with the purpose of showing the analytical problems that affect these models when incorporating the relationship between public debt and economic growth.

**Keywords:** Public Debt, Economic Growth, Statistical Data, Estimators.

## 1. Introducción

El presente artículo de investigación tiene como objetivo general señalar y analizar dos problemas importantes que enfrentan los investigadores cuando examinan la deuda pública. El primero está relacionado con la información disponible y el segundo con la incorporación de la deuda pública en los modelos económicos.

No son dos problemas separados porque existe una interrelación importante entre la información y la modelación económica. La información disponible indica a los teóricos la existencia de variables y de relaciones susceptibles de ser modeladas, y de esta manera influye de forma decisiva en la construcción de los modelos económicos; lo cual se acentúa si se tiene la pretensión futura de estimar y comprobar empíricamente dichos modelos. Por otro lado, los modelos teóricos que indican la existencia de variables y relaciones abstractas inciden directamente en la generación de nueva información real, que a su vez permiten el desarrollo subsecuente de esos mismos modelos teóricos.

Con respecto al primer problema, se tiene como objetivo mostrar que, si se pretende encontrar una respuesta a preguntas fundamentales en torno a la deuda pública, la información estadística disponible es insuficiente, sesgada, opaca, rezagada e irrelevante; su difusión tiene como objetivo último minimizar, o tal vez ocultar, la información debido a las fuertes implicaciones de la deuda pública para el crecimiento y el desarrollo económico de nuestro país. Se adjetiva y se califica de esta forma la información disponible de la deuda porque no permite responder a preguntas fundamentales tales como: ¿A quién le debemos y cuánto se les debe? ¿Cuándo se pidió prestado? ¿Por qué se pidió prestado? ¿qué condiciones establecieron los acreedores para conce-

der los préstamos? ¿Qué garantías se otorgaron? ¿Se consideró si se tuvieran los recursos necesarios para cumplir con el servicio de la deuda? ¿Qué implicaciones tiene para el país el pago del servicio de la deuda? ¿Qué ha implicado para el país el creciente endeudamiento del sector público?

En relación al segundo problema, el objetivo es evaluar la relevancia analítica y explicativa de un modelo representativo de crecimiento económico endógeno que incluye la deuda pública, el cual tiene como propósito fundamental discutir la sostenibilidad de la deuda y sus implicaciones en el crecimiento económico.

Para alcanzar el primer propósito se analizan tres indicadores oficiales de la deuda pública en México: el saldo histórico de los requerimientos financieros del sector público federal, la deuda del sector público y la deuda del gobierno federal. Se define cada indicador y se muestran sus saldos, así como se analizan algunas proyecciones de las amortizaciones y pagos de intereses de la deuda pública.

Respecto al segundo objetivo, se presenta la estructura de un modelo representativo de crecimiento económico que incluye la deuda pública. Se desarrolla un análisis matemático de la estructura centrado en la derivación de las ecuaciones Euler-Lagrange del modelo, aplicando la teoría del control óptimo. De esta forma, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales que constituye la base para realizar el análisis de estabilidad de las soluciones de dicho sistema. Se obtienen los puntos de equilibrio del modelo para un caso particular y se realiza el análisis de estabilidad local de los puntos de equilibrio. Finalmente, se ofrecen los resultados del análisis.

## **2. Las estadísticas de la deuda pública**

“¿Por qué tantos gobiernos se resisten a facilitar la labor de las bases de datos permitiendo la incorporación de su historial de deuda? He aquí una pregunta fundamental para el futuro de la investigación académica y sobre política económica” (Reinhart y Rogoff, 2011a: 162)

El Plan Anual de Financiamiento 2016 del gobierno mexicano establece diversas líneas estratégicas para alcanzar los objetivos de la política de deuda pública. Para la presente investigación, se concederá importancia a la siguiente línea estratégica<sup>4</sup>: remover una política de comunicación y transparencia sobre el manejo del endeudamiento público, para que los inversionistas y el público en general conozcan los objetivos y estrategias del Gobierno Federal como emisor de deuda.

Se señala que esta línea estratégica debe coadyuvar al cumplimiento de los siguientes objetivos: i) cubrir las necesidades de financiamiento del Gobierno Federal con bajos costos en un horizonte de largo plazo, con un bajo nivel de riesgo y considerando posibles escenarios extremos; ii) preservar la diversidad del acceso al crédito en diferentes mercados; iii) que la política de deuda pública facilite el acceso al financiamiento a una amplia gama de agentes económicos mexicanos, tanto públicos y privados.

Como puede observarse, la línea estratégica de comunicación y transparencia es bastante restringida, centrándose básicamente en las fuentes de financiamiento. En ninguna medida esta línea pretende dar respuesta a cuestionamientos relevantes que la ciudadanía pudiera plantearse.

---

4 Le anteceden las siguientes:

- Financiar las necesidades de recursos del Gobierno Federal en su mayor parte mediante endeudamiento interno, con el fin de mantener una estructura de deuda en la que predominen los pasivos denominados en moneda nacional.
- Utilizar de manera activa el crédito externo, buscando diversificar las fuentes de financiamiento, mejorando las condiciones de los pasivos públicos denominados en moneda extranjera, preservando y ampliando el acceso a los mercados financieros internacionales.
- Contar con un manejo integral de riesgos del portafolio de deuda que permita hacer frente a una amplia gama de choques que podrían afectar los términos bajo los cuales se accede al financiamiento.
- Desarrollar las referencias y las curvas de rendimiento, tanto en los mercados internos como externos, para facilitar el financiamiento del sector público y privado en mejores términos y condiciones.

En consecuencia, esta sección analiza tres indicadores oficiales de la deuda pública de México: el saldo histórico de los requerimientos financieros del sector público federal, la deuda del sector público y la deuda del gobierno federal. Cada uno de esos indicadores será definido, se mostrarán los saldos actuales de cada indicador y se analizarán algunas proyecciones. Se ha seleccionado la información de deuda pública que pudiera dar una respuesta al tipo de preguntas que hemos planteado; sin embargo, será evidente que la información disponible es limitada y sesgada, en gran medida por cuestiones políticas o por presiones de ciertos intereses especiales.

## **2.1 El Saldo Histórico de los Requerimientos Financieros del Sector Público**

El Saldo Histórico de los Requerimientos Financieros del Sector Público (SHRFSP) es el concepto más amplio de la deuda pública, al incluir todos los instrumentos de política pública que pudieran implicar endeudamiento a cargo del Sector Público<sup>5</sup>.

En el cuadro 1 se observa el crecimiento reciente del SHRFSP. En septiembre de 2016 el indicador ascendió a 9.21 billones de pesos, equivalente a 48.0% del PIB, monto superior en 2.3 puntos porcentuales al observado al cierre de 2015 y 6.6% mayor al reportado en diciembre de 2014. Asimismo, se puede ver que en los últimos dieciséis años la deuda neta total aumentó de 2.051 billones de pesos a 9.210 billones, se cuadruplicó la deuda del país. No obstante, el hecho de que se cumplió

---

5 El SHRFSP está integrado por la deuda del Sector Público presupuestario (Gobierno Federal y Entidades de control directo) más las obligaciones que por diversos ordenamientos jurídicos y prácticas presupuestarias no se incluyen en la deuda pública. En particular, el SHRFSP incluye las obligaciones financieras netas del Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB) y el programa de apoyo a deudores, las obligaciones de los Proyectos de Infraestructura Productiva de Largo Plazo (PIDIREGAS), las obligaciones derivadas del entonces Fideicomiso de Apoyo para el Rescate de Autopistas Concesionadas (FARAC), hoy Fondo Nacional de Infraestructura (FONADIN), y el cambio en la situación patrimonial de las Instituciones de Fomento.

cabalmente con los compromisos financieros, el endeudamiento creció significativamente.

Es importante señalar que en los primeros cinco años del presente siglo el SHRFSP se incrementó en aproximadamente un billón de pesos; en los siguientes cinco años, de 2005 a 2010, el saldo creció en casi dos billones y en los últimos seis años aumentó más de cuatro billones de pesos. Es decir, la tendencia es a duplicarse el saldo cada cinco años.

**Cuadro 1. Saldo Histórico de los Requerimientos  
Financieros del Sector Público  
(Billones de pesos)**

Concepto	Deuda neta total	Interna	Externa	Total (% de PIB)
2000	2.051	1.297	.753	
2001	2.185	1.458	.727	
2002	2.473	1.581	.892	
2003	2.738	1.689	1.048	
2004	2.854	1.753	1.100	
2005	2.974	1.972	1.002	
2006	3.135	2.232	.903	
2007	3.314	2.442	.872	
2008	4.063	2.997	1.065	
2009	4.382	3.197	1.185	
2010	4.813	3.571	1.241	
2011	5.450	3.908	1.542	
2012	5.890	4.359	1.530	
2013	6.504	4.854	1.649	
2014	7.446	5.395	2.050	41.4
2015	8.633	5.962	2.671	45.7
2016	9.210	5.781	3.429	48.0

Fuente: Elaboración propia con datos de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Cifras de septiembre, 2016.

---

La información del cuadro también permite identificar que la deuda interna es el componente más importante de la deuda neta total. Este concepto más se cuadruplicó durante este periodo, posiblemente, por los mayores rendimientos para los inversionistas externos al invertir directamente en el sistema financiero que existe en México. El comportamiento de la deuda externa lo confirma, la cual tiene un comportamiento estable en los primeros siete años del presente siglo y repunta moderadamente a partir del 2008. Sin embargo, en los últimos cuatro años su crecimiento es significativo, aunque también lo fue para la deuda interna. En consecuencia, el saldo de la deuda neta total creció en casi tres billones de pesos en los últimos cuatro años.

¿Qué hipótesis pueden manejarse para dar una explicación de ese fenómeno? Una hipótesis señalaría que el estancamiento de la actividad económica del país no permite generar los recursos financieros suficientes para dar servicio a la deuda, lo cual conduce a recurrir al crédito interno y externo para el pago del servicio de la deuda, y para financiar los compromisos económicos y sociales del Estado mexicano.

## **2.2 La Deuda del Sector Público<sup>6</sup>**

El cuadro 2 indica que, al cierre del cuarto trimestre de 2015, el monto de la deuda neta del Sector Público Federal se situó en 8 billones 160 mil 589.9 millones de pesos. Como porcentaje del PIB, significó 43.2%.

---

6 Este indicador de deuda pública comprende el endeudamiento del Gobierno Federal, Empresas Productivas del Estado (PEMEX y CFE) y Banca de Desarrollo (BANOBRAS, SHF, BANCOMEXT, NAFI, FINANCIERA NACIONAL y BANSEFI).

## Cuadro 2. Saldos de la Deuda neta del sector público federal

Concepto	Interna (billones de pesos)	Externa (miles de millones de dólares)	Total (billones de pesos)	Total (% de PIB)
2000	.657	70.26		
2001	.736	69.80		
2002	.875	71.52		
2003	.992	73.62		
2004	1.075	75.71		
2005	1.250	65.72		
2006	1.471	47.24		
2007	1.686	34.53		
2008	2.268	24.31		
2009	2.594	91.72		
2010	2.920	104.67		
2011	3.258	113.63		
2012	3.769	121.65		
2013	4.230	130.94		
2014	4.804	145.61	6.94	38.6
2015	5.379	161.60	8.16	43.2

Fuente: Elaboración propia con datos de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Cifras preliminares al 2015.

Asimismo, el cuadro muestra que al cierre del cuarto trimestre de 2015, el saldo de la deuda interna neta del Sector Público Federal se ubicó en 5.379 billones de pesos, monto superior en 575 mil 606.9 millones de pesos al observado al cierre de 2014. Principalmente, esta variación fue resultado de un endeudamiento interno neto por 554 mil 721.4 millones de pesos. La deuda interna como porcentaje del PIB representó 28.5%. Por lo que respecta a la deuda externa, al término del cuarto trimestre de 2015, el saldo de la deuda externa neta del Sector Público Federal se ubicó en 161 mil 609.5 millones de dólares. Como porcentaje del PIB este saldo representó 14.7%.

Los datos señalan el crecimiento explosivo de la deuda interna neta del sector público federal en los últimos quince años. La magnitud de este concepto pasó de un poco más de medio billón de pesos, en el año 2000, a más de cinco billones de pesos a finales de 2015. En tanto que la deuda externa del sector público también se incrementó significativamente durante el mismo periodo, ésta creció en más de 90 mil millones de dólares.

Un crecimiento de la deuda neta del sector público que salta a la atención es su concepto de deuda externa en el año 2009. En ese año el incremento fue muy importante, aumentando el saldo en más de 67 mil millones de dólares, seguramente como parte de los efectos de la crisis financiera mundial de ese momento.

### 2.3 Amortizaciones de la deuda del Sector Público

Las cifras del cuadro 3 muestran parcialmente la magnitud del monto monetario que México ha pagado en los primeros 15 años del presente siglo por concepto de la deuda del sector público. Sólo por lo que se refiere al servicio de la deuda externa del sector público federal se ha tenido que pagar en ese periodo 515 mil millones de dólares aproximadamente. Eso sin tomar en cuenta los pagos que corresponden a la deuda interna del sector público<sup>7</sup>.

**Cuadro 3. Servicio de la deuda externa del sector público federal (Flujos anuales en miles de millones de dólares)**

Concepto	Total	Amortización de capital	Intereses
2000	34.6	26.5	8.1
2001	35.3	27.8	7.4
2002	26.0	19.4	6.5
2003	30.7	23.7	7.0
2004	29.4	22.6	6.8

7 Si pudieran obtenerse las cifras correspondientes a las amortizaciones del indicador más amplio de la deuda pública (SHRFSP), las cantidades serían mayores.

<b>2005</b>	27.4	20.3	7.0
<b>2006</b>	44.2	36.9	7.2
<b>2007</b>	25.4	18.7	6.7
<b>2008</b>	26.7	20.5	6.1
<b>2009</b>	46.5	41.3	5.1
<b>2010</b>	33.3	28.3	5.0
<b>2011</b>	27.1	21.6	5.4
<b>2012</b>	34.1	28.2	5.9
<b>2013</b>	35.6	29.5	6.1
<b>2014</b>	38.6	32.1	6.5
<b>2015<sup>8</sup></b>	20.3	16.8	3.5

Fuente: Elaboración propia con datos de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

## 2.4 Proyecciones de las amortizaciones de la deuda del Sector Público

Con base en el saldo contractual de la deuda interna registrada al 31 de diciembre de 2015, las amortizaciones del Sector Público Federal durante el año 2016 serían por un monto de 1 billón 183 mil 341.2 millones de pesos, véase el cuadro 4. De este monto, el 93.3% o se encuentra asociado a los vencimientos de valores colocados en los mercados nacionales.

**Cuadro 4. Perfil de Amortizaciones de la Deuda Interna del Sector Público Federal (Millones de pesos)**

Concepto	2016	2017	2018	2019	2020	2021
<b>Total</b>	1,183,341.2	482,385.7	567,224.7	376,782.9	365,482.3	239,250.1
<b>Emisión de Valores</b>	1,103,503.3	447,953.4	543,085.3	341,669.4	344,687.3	218,452.0

Fuente: Secretaría de Hacienda y Crédito Público. La proyección fue elaborada con base en el saldo contractual al 31 de diciembre de 2015.

8 Cifras preliminares al mes de junio.

En el cuadro 4 también se observa que el total de las amortizaciones en 2016 es mayor a los pagos que habrán de efectuarse en cada uno de los siguientes cinco años. Sin embargo, de acuerdo a la proyección oficial, el monto total que habrá que desembolsar el Sector Público en los próximos cinco años será mayor a 2 billones de pesos.

Por otra parte, con base al saldo contractual de la deuda externa registrado al 31 de diciembre de 2015 (véase el cuadro 5) las amortizaciones del Sector Público Federal durante el año 2016 serían por un monto de 10 mil 851.4 millones de dólares. De este monto, 43.8% se encuentra asociado a las amortizaciones proyectadas de los créditos directos y pasivos Pidiregas, 30.8% se refiere a los vencimientos de deuda de mercado de capitales y 25.4% a las amortizaciones de líneas vinculadas al comercio exterior y a vencimientos de deuda con Organismos Financieros Internacionales.

**Cuadro 5. Perfil de Amortizaciones de la Deuda Externa del Sector Público Federal (Millones de dólares)**

Concepto	2016	2017	2018	2019	2020	2021
<b>Total</b>	10,851.4	8,293.3	7,557.2	9,753.0	16,247.3	9,710.2
<b>Mercado de Capitales</b>	3,345.5	5,785.6	4,661.3	7,888.8	9,581.0	6,518.0
<b>Mercado Bancario</b>	4,451.5	84.0	39.7	49.4	5,120.0	0.0
<b>Comercio Exterior</b>	1,825.1	1,483.2	1,350.1	937.4	690.1	474.8
<b>Org. Fin. Int.</b>	926.6	940.5	1,506.1	877.4	856.2	2,717.4
<b>Pidiregas</b>	302.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Fuente: Secretaría de Hacienda y Crédito Público. La proyección fue elaborada con base en el saldo contractual al 31 de diciembre de 2015.

Al igual que con las amortizaciones proyectadas que tendrá que realizar el sector público por concepto de deuda interna, las proyecciones de las amortizaciones por la deuda externa sorprenden por su magnitud para los próximos cinco años. Los contribuyentes tendrán una carga financiera por concepto de deuda externa del sector público del orden de 51,551 millones de dólares.

## 2.5. La deuda del Gobierno Federal<sup>9</sup>

Otro indicador importante de deuda pública es la Deuda del Gobierno Federal. Como puede observarse en el cuadro 6, el saldo de la deuda interna neta del Gobierno Federal al cierre del cuarto trimestre de 2016 ascendió a 5.396 billones de pesos, monto superior en 582 mil millones al observado en el cierre de 2015.

**Cuadro 6. Saldo de la deuda neta del gobierno federal**

Concepto			(%)	(%)
	Dic. 2015	Dic. 2016	Dic. 15	Dic. 16
<b>Interna (Billones de pesos)</b>	4.814	5.396	77.3	75.03
<b>Externa (Billones de pesos)</b>	1.416	1.796	22.7	24.97
<b>Total (Billones de pesos)</b>	6.230	7.193	100.0	100.0
<b>Total (%) del PIB</b>	32.6	35.6		

Fuente: Elaboración propia con datos de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

El cuadro anterior también indica que, al cierre del cuarto trimestre de 2016, el saldo de la deuda externa neta del Gobierno Federal ascendió

9 Este indicador comprende las obligaciones de los poderes legislativo y judicial, las dependencias del Poder Ejecutivo Federal y sus órganos desconcentrados, así como las obligaciones contraídas por entidades que formaron parte de la administración pública federal paraestatal y que fueron transformados en órganos autónomos.

1.796 billones de pesos, monto superior en 380 mil millones de pesos al registrado al cierre de 2015.

Por otro lado, el cuadro 7 permite ver parcialmente la magnitud de los recursos monetarios que el Gobierno Federal tendrá que desembolsar para cumplir con sus compromisos financieros.

**Cuadro 7. Perfil de Amortizaciones de la Deuda Externa del Gobierno Federal (Millones de dólares)**

Concepto	2016	2017	2018	2019	2020	2021
<b>Total</b>	2,873.3	4,833.7	1,571.7	5,479.1	4,380.8	4,715.9
<b>Mercado de Capitales</b>	1,990.1	3,940.7	124.8	4,657.9	3,604.5	2,087.0
<b>Comercio Exterior</b>	152.2	150.7	147.5	154.3	154.1	153.2
<b>Organ. Fin. Intern.</b>	731.0	742.3	1,299.4	666.9	622.2	2,475.7

Fuente: Secretaría de Hacienda y Crédito Público. La proyección fue elaborada con base en el saldo contractual al 31 de diciembre de 2015.

Con base en el saldo contractual de la deuda externa del Gobierno Federal registrado al 31 de diciembre de 2015, las amortizaciones durante el año 2016 serán por 2 mil 873.3 millones de dólares, los cuales se encuentran en su mayoría asociados a los vencimientos de emisiones de bonos en los mercados internacionales de capital. En los siguientes seis años se tendrán que erogar 23,854.5 mil millones de dólares sólo por concepto de su deuda externa. Esta es una proyección que seguramente será rebasada, considerando las expectativas de comportamiento de la economía mundial y las graves restricciones financieras que enfrenta nuestro país.

## 2.6 La información estadística y las preguntas relevantes en torno a la deuda pública

¿A quién le debemos y cuánto se les debe? ¿Por qué se pidió prestado? ¿Qué garantías se otorgaron? ¿Se consideró si se tendrían los recursos necesarios para cumplir con el servicio de la deuda? De esas cuatro preguntas fundamentales en torno a la deuda pública, sólo la primera está ligeramente relacionada con la información estadística disponible para el público. Por lo que respecta a las otras tres preguntas, la información disponible es irrelevante.

En relación a la primera pregunta que se ha planteado, la información estadística reporta los saldos de endeudamiento público externo e interno, pero no hay manera de identificar a los acreedores, ya sean instituciones multilaterales, gobiernos extranjeros, empresas financieras o no financieras, mucho menos individuos. En este ámbito, la información en torno a la deuda pública es insuficiente y poco transparente. No se ofrece una información completa y clara de la deuda interna o externa, sobre todo de la deuda interna. Si se deseara identificar a los grandes acreedores nacionales del sector público, pongamos el caso, esa información no está disponible. Por lo tanto, con respecto a la deuda privada, que en muchos casos se convierte en deuda pública, la carencia de información primaria es aún más dramática.

Reinhart y Rogoff señalan su desconcierto por la falta de transparencia de los gobiernos e instituciones multilaterales al no favorecer un fácil acceso a sus series temporales sobre deuda interna. Las actuales instituciones financieras multilaterales nunca han publicado de manera sistemática información sobre deuda pública, y en particular se han olvidado por completo de la historia de la deuda interna, lo cual es sumamente importante para un entendimiento real de los pasivos explícitos y contingentes del sector público (Reinhart et al., 2011a: 162-163).

Se hacen la pregunta ¿por qué tantos gobiernos se resisten a facilitar la labor de las bases de datos permitiendo la incorporación de su historial de deuda? Ellos responden: la deuda pública interna es una variable que con frecuencia los gobiernos buscan mantener oculta. La deuda

interna (que constituye una porción significativa de la deuda total del sector público) suele estar en manos de importantes actores políticos en los países deudores (Reinhart *et al.*, 2011a: 160-162). Este factor político explica la resistencia a la transparencia de la deuda pública y, en particular, de la deuda pública interna.

Con relación a la deuda subnacional, que eventualmente puede convertirse en deuda del sector público, la insuficiencia de la información estadística también es significativa. Para analizar la deuda subnacional de corto plazo sólo se cuenta con información parcial y no homogénea proveniente de las cuentas públicas estatales disponibles. Esto podría explicarse debido a que el endeudamiento de estados y municipios se relaciona con la falta de transparencia y rendición de cuentas en el uso de los recursos públicos, la arbitrariedad e impunidad de algunos gobiernos estatales y de la presunción de corrupción (Hurtado y Zamarripa, 2014: 19-20).

Por lo que respecta a las proyecciones oficiales de las amortizaciones y el pago de intereses de la deuda pública que se ofrecen en el presente estudio, pareciera que tienen como propósito justificar la administración gubernamental de la deuda al proyectar supuestos desembolsos menores en los próximos años. Sin embargo, al considerar la magnitud de lo que se tendrá que pagar se percibe que los recursos financieros que pudieran utilizarse productivamente serán cada vez menores. En suma, estas proyecciones intentan justificar la supuesta sostenibilidad de la deuda pública.

Por otra parte, la interpretación oficial de la información resta importancia al enorme endeudamiento de la sociedad mexicana y al flujo de recursos financieros de nuestro país hacia los grandes acreedores nacionales y extranjeros. Las autoridades financieras no realizan un análisis serio de la deuda pública donde se planteen y estudien sus implicaciones financieras y económicas para nuestro país y para el crecimiento económico. Esto queda de manifiesto al soslayar que, en los primeros cinco años del presente siglo, el saldo de los requerimientos financieros del sector público se incrementó en aproximadamente un billón de pesos; en los siguientes cinco años, de 2005 a 2010, el saldo creció en

casi dos billones y en los últimos cinco años aumentó aproximadamente cuatro billones de pesos. Al rehusarse a reconocer esta tendencia a duplicarse el saldo de la deuda pública cada cinco años, se elude aceptar que el país afronta un problema severo en sus finanzas públicas.

### **3. Un modelo representativo de crecimiento económico con deuda pública**

A partir de la crisis financiera global de 2008, la mayoría de los países del mundo desarrollado y en vías de desarrollo se encuentran en una espiral de endeudamiento que impide o al menos obstaculiza su crecimiento económico. Esta crisis financiera se convirtió en una crisis mundial de deuda pública como resultado principalmente del excesivo crecimiento del crédito privado a todos los agentes económicos (Turner, 2016).

Esta crisis de deuda pública y privada ha capturado recientemente la atención de algunos analistas, lo cual es relevante ya que el problema de la deuda de los gobiernos, de las empresas y de los individuos había sido ignorado o en el mejor de los casos, minimizado. En particular, la relación entre deuda y crecimiento económico es objeto de mínima atención y estudio por sus implicaciones (Acemoglu, 2009; Alvarez y Alvarez, 2015; Barro y Sala-i-Martin, 2004; Cecchetti, Mohanty y Zampolly, 2011).

Reinhart y Rogoff examinaron los datos de la deuda pública, la inflación y el crecimiento económico de 44 países en un periodo de 200 años. Ellos concluyen que niveles de deuda/PIB superiores al 90% están asociados a una reducción del crecimiento económico; este resultado es aplicable tanto para los países avanzados como para los países con mercados emergentes. En otras palabras, la relación entre la deuda pública y el crecimiento del PIB real es débil para los cocientes deuda/PIB por abajo del 90% del PIB. Por el contrario, por arriba de ese umbral del 90% la relación entre la deuda pública y el crecimiento del PIB real es importante (Reinhart *et al.*, 2011b: 26-42).

Los resultados anteriores han sido cuestionados. Se refuta que las razones deuda/PIB por arriba del 90% reducen consistentemente el crecimiento del PIB de un país (Herdon, Ash y Pollin, 2013). Se señala que Reinhart y Rogoff han reconocido los errores de su base de datos y el hecho de que no existe un umbral claro de deuda pública a partir del cual el crecimiento del PIB caerá. No existe evidencia reciente de una caída en el crecimiento del PIB cuando la deuda pública excede el 90% del PIB en relación a cuando la razón deuda pública/PIB se sitúa en un rango entre 30% y 90% (Reinhart *et al.*, 2011b: 21). Consecuentemente, no se pueden defender las medidas de austeridad razonando que los niveles de deuda pública mayores al 90% del PIB producen reducciones sustantivas en el crecimiento económico<sup>10</sup>.

Por otro lado, otros analistas no encontraron evidencia de algún umbral de deuda arriba del cual las perspectivas de crecimiento en el mediano plazo se vean afectadas. Asimismo, aseveran que la trayectoria de deuda puede ser tan importante como el nivel de la misma si se desean conocer las perspectivas futuras de crecimiento, ya que países con una elevada pero decreciente deuda crecen tan rápido como un país con un nivel bajo de deuda. Sin embargo, sostienen que un endeudamiento significativo está asociado con una elevada volatilidad del producto (Pescatori, Sandri y Simon, 2014).

En este contexto de discusión académica, la presente sección tiene como objetivo evaluar un modelo representativo de crecimiento económico endógeno que incluye la deuda pública; este analiza las implicaciones del consumo y la deuda en el crecimiento económico. Tal modelo tiene como propósito fundamental discutir la sostenibilidad de la deuda, y que busca especificar bajo qué condiciones una trayectoria dada de deuda es sostenible (Greiner y Fincke, 2015).

Primero se presenta la estructura del modelo, posteriormente, se desarrolla un análisis matemático de la estructura centrado en la derivación de las ecuaciones Euler-Lagrange del modelo, aplicando la teoría

---

10 Sin embargo, el negar la influencia de la deuda pública sobre el crecimiento podría justificar el llevar la deuda a niveles no sostenibles.

del control óptimo; de esta forma, se obtiene el sistema de ecuaciones diferenciales que constituyen la base para realizar el análisis de estabilidad de las soluciones de dicho sistema de ecuaciones. En tercer lugar, se obtienen los puntos de equilibrio del modelo para un caso particular, y se realiza un análisis de la estabilidad local de los puntos de equilibrio una vez determinados los parámetros del modelo. Finalmente, se ofrecen los resultados del análisis del modelo.

### 3.1 La estructura del modelo

Este modelo de sostenibilidad de la deuda pública está basado en el modelo Neoclásico de crecimiento económico; al igual que él, el modelo de sostenibilidad propone un problema de maximización dada una función de utilidad, sujeta a una restricción (también llamada ecuación de estado), e incluye condiciones iniciales. El modelo introduce el sector público y, por consiguiente, considera otra ecuación de estado directamente relacionada con la deuda pública.

El modelo consta así de tres sectores: el sector del hogar, el sector productivo y el sector público o gubernamental. Se analiza la estructura de cada uno de estos sectores, así como su papel en la estructura global del modelo.

#### *El sector de las familias*

Este sector se compone por una familia representativa, la cual busca maximizar el flujo descontado de la utilidad que surge del consumo per cápita,  $C(t)$  y del ocio, dado por  $L^m - L(t)$ , sobre un horizonte de tiempo infinito sujeto a una restricción presupuestal. Se tiene así un problema de maximización de la familia representativa, descrito por el siguiente funcional

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left( \ln(CC_p^k) - \frac{L^{1+\gamma}}{1+\gamma} \right) dt$$

sujeto a

$$W' = (1 - \tau)(\omega L + rK + r_B B + \pi_p) - C - \delta K$$

con condiciones iniciales  $K(0) > 0$ ,  $C(0) > 0$  y  $B(0) > 0$ . La riqueza del hogar, denotada por  $W$ , está definida por la expresión  $W = B + K$ , donde  $B$  es la deuda pública y  $K$  el capital.

### *El sector productivo*

El sector productivo está representado por una empresa que actúa de forma competitiva y que maximiza sus beneficios estáticos. La función de producción de tal empresa está dada por una función Cobb-Douglas de la forma

$$Y = AK^{1-\alpha} \kappa^\xi L^\beta$$

con  $(1 - \alpha) + \beta \leq 1$  y  $(1 - \alpha) + \xi = 1$ , donde  $(1 - \alpha) \in (0, 1)$  representa la participación del capital,  $\beta \in (0, 1)$  la participación del trabajo, y  $\kappa$  el nivel de capital promedio en la economía (se puede suponer que  $\kappa = K$ ).

Así, la maximización de los beneficios da como resultado

$$r = (1 - \alpha)L^\beta$$

$$w = \beta L^{\beta-1} K$$

### *El sector público*

En este sector, se toma en cuenta una identidad que describe la acumulación de la deuda pública en tiempo continuo

$$B' = r_B B(1 - \tau) - S$$

donde  $S$  es el superávit del gobierno no considerando el pago de interés neto. La restricción presupuestal intertemporal del gobierno se cumple si

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\int_0^t (1-\tau)r_B(\mu) d\mu} B(t) = 0$$

Se asume que la razón del superávit primario respecto al PIB es una función lineal positiva de la razón deuda respecto al PIB más una constante. Entonces, la razón de superávit primario puede expresarse como

$$\frac{S}{Y} = \phi + \psi \frac{B}{Y}$$

donde  $\phi \in R$  y  $\psi \in R$  son constantes;  $\psi$  determina la reacción del superávit primario hacia cambios en la deuda pública, mientras que  $\phi$  determina si el nivel del superávit primario crece o decrece de acuerdo a un incremento en el PIB; tanto  $\tau$ ,  $\phi$  y  $\psi$  son denominados parámetros fiscales. De esta forma, se obtiene la siguiente expresión para la evolución de la deuda pública

$$B' = (r_B(1 - \tau) - \psi)B - \phi Y$$

Para facilitar la evaluación de parámetros, a continuación se definen los parámetros y precios que se encuentran en el modelo.

### Cuadro 8. Parámetros del modelo de sostenibilidad de deuda pública

Gasto público que favorece el bienestar	$C_p$	Tasa de depreciación del capital	$\delta \in (0,1)$
Ingreso actual de trabajo	$L(t)$	Tasa de precio del trabajo	$\omega$
Retorno del capital	$r$	Cantidad de tiempo máximo disponible	$L^m$
Ocio	$L^m - L(t)$	Tasa de interés en bonos gubernamentales	$r_B$
Tasa de tiempo preferencial del hogar	$\rho \in (0,1)$	Posibles ganancias del sector productivo	$\pi_p$
Inverso de la elasticidad del suministro de trabajo	$\gamma \geq 0$	Tasa constante de impuestos	$\tau \in (0,1)$

Fuente: Elaboración propia con información de Greiner *et al.* (2015: 83-85).

#### 4. Ecuaciones Euler-Lagrange del modelo

Para el problema de optimización, el equilibrio se define como una secuencia de variables  $(C(t), K(t), B(t))_{t=0}^{\infty}$  y una secuencia de precios  $(\omega(t), r(t))_{t=0}^{\infty}$ , tal que dados ciertos precios y reglas fiscales, la empresa maximiza sus beneficios; el hogar representativo maximiza su utilidad y resuelve el siguiente funcional (Pedregal, 2004).

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left( \ln(CC_p^k) - \frac{L^{1+\gamma}}{1+\gamma} \right) dt$$

sujeto a

$$W' = (1-\tau)(\omega L + rK + r_B B + \pi_p) - C - \delta K$$

$$\text{con } K(0) > 0, C(0) > 0 \text{ y } B(0) > 0$$

y la restricción presupuestal del gobierno

$$B' = r_B B(1-\tau) - S$$

Se cumple con la función del superávit primario dada por

$$\frac{S}{Y} = \phi + \psi \frac{B}{Y}$$

Se procede a obtener el Lagrangiano para el problema de maximización del hogar. Se define el funcional

$$F(C, L) = e^{-\rho t} \left( \log(CC_p^k) - \frac{L^{1+\gamma}}{1+\gamma} \right)$$

Y se formula el lagrangiano del problema

$$G(C, L, W, p, C', L', W', p') = F(C, L) + p((1-\tau)(\omega L + rW + \pi_p) - \delta W - C)$$

$$G(C, L, W, p, C', L', W', p') = e^{-\rho t} \left( \log(CC_p^k) - \frac{L^{1+\gamma}}{1+\gamma} \right) + p((1-\tau)(\omega L + rW + \pi_p) - \delta W - C)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial G}{\partial C'} \right] = \frac{\partial G}{\partial C} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial G}{\partial L'} \right] = \frac{\partial G}{\partial L} \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial G}{\partial W'} \right] = \frac{\partial G}{\partial W} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial G}{\partial p'} \right] = \frac{\partial G}{\partial p} \quad (4)$$

Se desarrollan las siguientes ecuaciones

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial G}{\partial C'} \right] = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial G}{\partial L'} \right] = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial C} = e^{-\rho t} \left( \frac{1}{C} \right) - p$$

$$\frac{\partial G}{\partial L} = -e^{-\rho t} L' + p(1-\tau)$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial G}{\partial W'} \right] = -p'$$

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial G}{\partial p'} \right] = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial W} = p(1-\tau)r - \delta p$$

$$\frac{\partial G}{\partial p} = (1-\tau)(\omega L + rW + \pi_p) - \delta W - C - W'$$

Obtenemos a partir de (1), (2), (3) y (4) respectivamente que

$$p = e^{-\rho t} \left( \frac{1}{C} \right) \quad (5) \quad p = \frac{-e^{-\rho t} L'}{\omega(1-\tau)} \quad (6)$$

$$p' = \delta p - p(1-\tau)r \quad (7) \quad W' = (1-\tau)(\omega L + rW + \pi_p) - \delta W - C \quad (8)$$

De (5) se deriva  $p$  para obtener

$$p' = (\rho e^{-\rho t}) \left( \frac{1}{C} \right) + (-e^{-\rho t}) - \left( \frac{C'}{C^2} \right)$$

Sustituyendo en (7)

$$(\rho e^{-\rho t}) \left( \frac{1}{C} \right) + (-e^{-\rho t}) - \left( \frac{C'}{C^2} \right) = \delta e^{-\rho t} \left( \frac{1}{C} \right) - e^{-\rho t} \left( \frac{1}{C} \right) (1 - \tau)r$$

Simplificando

$$C' = C(1 - \tau)r - C(\delta + \rho)$$

Si ahora se sustituye (5) en (6) se obtiene

$$C = \omega(1 - \tau)L^{-\gamma}$$

con lo cual podemos obtener una expresión para la variable  $L$  del trabajo al sustituir  $\omega$  en la ecuación. De esta forma se obtuvieron las condiciones de optimalidad, dadas por

$$C' = C(1 - \tau)r - C(\delta + \rho)$$

$$W' = (1 - \tau)(\omega L + rW + \pi_p) - \delta W - C$$

$$B' = (r_b(1 - \tau) - \psi)B - \phi Y$$

Sustituyendo los valores de las variables dependientes en las ecuaciones, finalmente se obtiene el sistema de ecuaciones diferenciales a estudiar.

$$C' = C(1 - \tau)r - C(\delta + \rho) \quad (9)$$

$$W' = (1 - \tau) \left( \omega \left( \frac{C}{\beta K(1 - \tau)} \right)^{\frac{1}{\beta - 1 - \gamma}} + rW + \pi_p \right) - \delta W - C \quad (10)$$

$$B' = (r_b(1 - \tau) - \psi)B - \phi K \left( \frac{C}{\beta K(1 - \tau)} \right)^{\frac{\beta}{\beta - 1 - \gamma}} \quad (11)$$

## 5. Un análisis de estabilidad local de las soluciones

Los puntos de equilibrio del sistema se encuentran al resolver simultáneamente las ecuaciones (9), (10) y (11); sin embargo, primero se consideran los siguientes valores para cada parámetro del modelo, ya definidos en la sección anterior, con el objetivo de simplificar los cálculos posteriores del modelo.

**Cuadro 9. Parámetros evaluados para el modelo de sostenibilidad de deuda pública**

Gasto público que favorece el bienestar	$C_p = 1$	Tasa de depreciación del capital	$\delta = 1/2$
Ingreso actual de trabajo	$L(t) = (1/2)^{4/3} (C/K)^{-2/3}$	Tasa de precio del trabajo	$\omega = (1/2)^{2/3}$
Retorno del capital	$r = (C/K)^{-1/3} (1/2)^{5/3}$	Cantidad de tiempo máximo disponible	$L^m = 1$
Ocio	$L^m - L(t) = 1 - (1/2)^{4/3} (C/K)^{-2/3}$	Tasa de interés en bonos gubernamentales	$r_B = 1/2$
Tasa de tiempo preferencial del hogar	$\rho = 1/2$	Posibles ganancias del sector productivo	$\pi_p = 1$
Inverso de la elasticidad del suministro de trabajo	$\gamma = 1$	Tasa constante de impuestos	$\tau = 1/2$
Participación del capital	$(1 - \alpha) = 1/2$	Participación del trabajo	$\beta = 1/2$
Constante de tecnología	$A = 1$	Nivel de capital promedio en la economía	$\kappa = K$
Reacción del superávit primario	$\psi = 1$	Crecimiento del nivel del superávit primario	$\phi = 1/2$

Fuente: Elaboración propia basado en Greiner *et al.* (2015: 83-85).

Las ecuaciones explícitas a partir de las cuales se analizará la estabilidad del modelo están dadas por el sistema de ecuaciones

$$C' = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{3}} \left(\frac{C}{K}\right)^{\frac{1}{3}} C - C \quad (12)$$

$$W' = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{16} \left(\frac{C}{K}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{C}{K}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{3}} W + 1 \right] - \frac{1}{2} W - C \quad (13)$$

$$B' = \left(-\frac{3}{4}\right) B - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{7}{3}} K \left(\frac{C}{K}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (14)$$

Sin embargo, se busca que el sistema quede en términos de las variables: capital, consumo y deuda. Por lo tanto, recordando que  $W = B + K$  se tiene

$$C' = \frac{K \left(\frac{C}{K}\right)^{\frac{2}{3}}}{8\sqrt[3]{2}} - C \quad (15)$$

$$K' = -\frac{1}{8} \left( B \left( \frac{1}{\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{\frac{C}{K}}} + 2 \right) + \frac{(6)(2^{2/3})K \sqrt[3]{\frac{C}{K}} + 1}{4 \left(\frac{C}{K}\right)^{\frac{2}{3}}} - 8C - 4K + 4 \right) \quad (16)$$

$$B' = \frac{1}{8} \left( -6B - \frac{2^{2/3} K}{\sqrt[3]{\frac{C}{K}}} \right) \quad (17)$$

Para encontrar los puntos de equilibrio del sistema de ecuaciones diferenciales, se igualan a cero las tres ecuaciones y se resuelve para las

variables  $C$ ,  $K$  y  $B$ . De esta forma, se obtiene un solo punto de equilibrio para el sistema, dado por

$$C^* = 0.0126283 \quad K^* = 12.9313 \quad B^* = -34.4836$$

La estabilidad de los puntos de equilibrio se comprueba al hacer un análisis local, obteniendo la matriz de Jacobi de las ecuaciones (12), (13) y (14), para posteriormente calcular el jacobiano evaluado en los puntos de equilibrio. Esta estabilidad es determinada por medio de los valores propios del jacobiano asociado al punto de equilibrio. Los valores propios que se obtienen son reales, dos positivos y uno negativo. Por lo tanto, el punto de equilibrio es un punto silla, con lo cual se apreciará en el espacio fase un punto hiperbólico en dimensión tres (Hirsch, Smale y Devaney, 2013).

## 6. Los resultados del análisis del modelo

El análisis de estabilidad local anterior se realizó de forma particular para ciertos valores específicos de los parámetros, con la finalidad de simplificar y hacer más práctico el análisis del modelo. A partir de los resultados particulares, que se obtuvieron del análisis de estabilidad local, se encuentra una única trayectoria balanceada de crecimiento, la cual corresponde a la variedad estable del punto silla; de acuerdo a la regla de presupuesto balanceado se generó un único camino de crecimiento balanceado. Si el gobierno tuviera déficits permanentes y se ajustara a la restricción presupuestal intertemporal, esta trayectoria sería única e independiente de la reacción gubernamental con respecto a una deuda pública elevada<sup>11</sup>.

Una de las formas de contrarrestar el efecto de tener soluciones que no se aproximen al punto de equilibrio y diverjan radicalmente, es imponiendo restricciones al consumo y al aumento de la deuda. El modelo no puede generar un crecimiento sostenido de la economía sin la

---

11 Los resultados particulares del modelo se ajustan a la proposición No. 4 de Greiner *et al.* (2015: 77).

existencia de controles que impidan un crecimiento desmesurado de la deuda con respecto al ingreso del gobierno, dado que la convergencia al camino de crecimiento balanceado, y por lo tanto la estabilidad, sólo se dan si la reacción del superávit primario con la deuda es lo suficientemente grande. Por otro lado, similar al modelo Neoclásico, se pueden considerar restricciones para la función de consumo que permitan que las soluciones se encuentren acotadas en una región en la que diverjan lo menos posible hacia un consumo infinito.

Sin embargo, es importante señalar que, de acuerdo al modelo, es casi imposible llegar a un estado de estabilidad en la sostenibilidad de la deuda independientemente de las medidas que se tomen. A excepción de la condición inicial que permite encontrar la variedad estable del punto silla, cualesquiera otras condiciones iniciales darán como resultado trayectorias que son altamente inestables, por lo que puede implicar que se requieren condiciones muy particulares para hablar de un posible equilibrio o estabilidad. Se puede observar el homólogo de este comportamiento inestable en el modelo Neoclásico de crecimiento económico, que se ha usado de base en este modelo, en donde se obtiene como resultado un punto de equilibrio inestable incluso si no toma en cuenta el sector público y la restricción presupuestal de la deuda (Alvarez, Alvarez y Alvarez, 2017).

## **7. Conclusiones**

Para buscar una respuesta a preguntas fundamentales en torno a la deuda pública la información estadística disponible es insuficiente, sesgada, opaca, rezagada e irrelevante. Con un retraso importante se reportan los saldos exactos de endeudamiento público externo e interno; sin embargo, ni con ellos es viable identificar a los acreedores, ya sean instituciones multilaterales, gobiernos extranjeros o empresas financieras. Sobre todo, con respecto a la deuda interna es imposible conocer a los grandes acreedores nacionales del sector público. En relación a las otras preguntas fundamentales planteadas en este documento, la información es completamente irrelevante.

Por otro lado, las proyecciones oficiales de las amortizaciones y el pago de intereses de la deuda pública, considerando que no están justificadas ampliamente, permiten pensar que sólo persiguen probar una supuesta sostenibilidad de la deuda. Por lo que corresponde al análisis e interpretación gubernamental de la información disponible, se minimiza el enorme endeudamiento de la sociedad mexicana y se elude aceptar que el flujo de recursos financieros de nuestro país hacia los grandes acreedores nacionales y extranjeros limita nuestras perspectivas de crecimiento y desarrollo económico.

El segundo objetivo de la presente investigación era identificar la relevancia de los modelos de crecimiento económico que integran la deuda pública en su estructura. El análisis matemático del modelo de crecimiento que se realizó en esta investigación ha puesto en evidencia algunos problemas analíticos importantes que cuestionan la relevancia de tales modelos para profundizar en la relación entre la deuda pública y el crecimiento económico.

La principal objeción analítica que puede hacerse a este tipo de modelos de crecimiento que incorporan la deuda pública es la cantidad excesiva de parámetros que los conforman. Esta característica de los modelos hace que el desarrollo del espacio fase sea aparatoso e ineficaz para un estudio cualitativo y, como tal, el modelo es desfavorable para llevar a cabo un análisis global y cualitativo de sus soluciones. Esto explica que se haya omitido en este trabajo la construcción de los planos fase alrededor del punto de equilibrio encontrado.

## Bibliografía

Acemoglu, Daron. *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton University Press, USA, 2009, p. 909.

Alvarez Texocotitla, M., Alvarez Hernández, S. y Alvarez Hernández, M. D. “Una Reformulación del Modelo Neoclásico de Crecimiento Económico”. *Denarius*, México, 2017, pp. 5-47.

- Alvarez Texocotitla, M. y Alvarez Hernández, M. D. (2015). “Una Revisión Crítica a los Modelos Básicos de Crecimiento Económico”. *Denarius*, México, 2015, pp. 191-252.
- Barro, R. J. y Sala-i-Martin, X. *Crecimiento económico*. Editorial Reverté, España, 2009, p. 654.
- Cecchetti, S., Mohanty, M S. y Zampolli, F. *The Real Effects of Debt*. Bank for International Settlements Working Papers, Washington, 2011.
- Greiner, A. y Fincke, B. *Public Debt, Sustainability and Economic Growth*. Springer, Switzerland, 2015, p. 195.
- Herndon T., Ash, M. y Pollin R. “Does high public debt consistently stifle economic growth? A critique of Reinhart and Rogoff”. *Cambridge Journal of Economics*, Cambridge, 2013. Advance Access published in December 24, 2013.
- Hirsch, M. W., Smale, S. y Devaney, R. L. *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*. Academic Press, UK, 2013, p. 358.
- Hurtado, C. y Zamarripa, G. “Deuda subnacional: un análisis del caso mexicano”. *Fundación de estudios financieros-FUNDEF*, A.C., México, 2014.
- Secretaría de Hacienda y Crédito Público. “Sostenibilidad de la Deuda Pública del Sector Público Federal”. *Informe del Resultado de la Fiscalización Superior de la Cuenta Pública* (Estudio No. 15-0-06100-13-1583.1583-GB). México, 2015.
- McKinsey Global Institute. *Debt and (not much) deleveraging*. McKinsey & Company, USA, 2015.
- Pedregal, P. *Introduction to Optimization*. Springer-Verlag, USA, 2004, p. 245.
- Pescatori, A., Sandri, D. y Simon J. “Debt and Growth: Is There a Magic Threshold?” *IMF Working Paper*, Research Department, Washington, 2014.

Reinhart, C. M. y Rogoff, K. S. *Esta vez es distinto: ocho siglos de necesidad financiera*. Fondo de Cultura Económica, México, 2011a.

Reinhart, C. M. y Rogoff, K. S. “A Decade of Debt”. *NBER Working Paper*, No. 16827, Washington, 2011b.

Turner, Adair. *Between debt and the devil*. Princeton University Press, Oxford, 2016, p. 302.