

# LOS MODELOS CLÁSICO-MARXISTAS DE LA GRAVITACIÓN: UNA CRÍTICA Y UNA PROPUESTA

## Classical-Marxian Models of Gravitation: A Critique and a Proposal

*Martín Esteban Seoane Salazar*<sup>1</sup>

### RESUMEN

Este documento critica los modelos de desequilibrio formulados en el marco clásico-marxista de la teoría del valor, con los que se formaliza y fundamenta la teoría de gravitación de los precios de mercado hacia los precios de producción. Y en su lugar propone una modelación alternativa, cuyas propiedades y resultados pueden ser de interés como nuevo fundamento de desequilibrio de la teoría clásica-marxista del valor, debido a que la dinámica resultante de este modelo es la de un ciclo límite de segundo orden, en la que los precios de mercado fluctúan alrededor de los precios de producción. Concluye recomendando ampliar el modelo utilizando hipótesis alternativas para fundamentar rigurosamente la teoría clásica-marxista de la gravitación.

**Palabras clave:** Desequilibrio, economía monetaria, teoría clásica y marxista de la gravitación.

**Clasificación JEL:** B51, C62, D46, E11, E30, E32, O41

### ABSTRACT

This paper criticizes the disequilibrium models formulated within the classical-marxist framework of value theory, which are used to formalize and provide a foundation for the theory of gravitation of market prices toward prices of production. In their place, it proposes an alternative modeling whose properties and results may be of interest as a new disequilibrium foundation for the classical-marxist theory of value, given that

---

<sup>1</sup> Profesor Asociado de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa. Correo: <mseoane@izt.uam.mx>.

the resulting dynamics of this model consist of a second-order limit cycle, in which market prices fluctuate around prices of production. It concludes by recommending an expansion of the model using alternative hypotheses to rigorously ground the Classical-Marxist theory of gravitation.

**Keywords:** disequilibrium, monetary economy, classical-marxist gravitation theory.

**J.E.L. Classification:** B51, C62, D46, E11, E30, E32, O41

## Introducción

Las teorías del valor, independientemente de su enfoque, tienen por objetivo explicar el funcionamiento de los precios en las sociedades de mercado como mecanismo descentralizado de coordinación (Klimovsky, 2000; Seoane y Argandoña, 2023). Según Roemer (1981), las teorías económicas pertenecen al dominio de la intuición, el cual se caracteriza por la vaguedad respecto a las condiciones necesarias y suficientes de las que depende la validez de sus proposiciones. Así, para someter a prueba su consistencia interna, las teorías requieren la formulación de modelos teóricos, es decir, de representaciones esquemáticas destinadas a explicitar las hipótesis que garantizan la validez lógica de sus conclusiones. Normalmente, un modelo no demuestra de forma exhaustiva el conjunto total de condiciones de una teoría; suele probar apenas un subconjunto de estas, frecuentemente con requisitos suficientes, pero no necesarios. Esto explica la coexistencia de múltiples modelos para una misma teoría, incluso cuando arrojan resultados divergentes o contrapuestos.<sup>2</sup>

Según Klimovsky (2000), en la ciencia económica existen dos modelos básicos aceptados de las teorías del valor: el modelo clásico de los precios de producción (Sraffa, 1966) y el modelo neoclásico del equilibrio general (Debreu, 1973). A pesar de sus divergencias teóricas, ambos coinciden en el método de analizar el equilibrio como solución de un sistema de ecuaciones simultáneas, dejando de lado los intercambios, la moneda y, en general, el proceso social con el que el funcionamiento de los mercados alcanzaría tal equilibrio. Este método es insuficiente

---

<sup>2</sup> En palabras de Roemer (1981, p. 3), «It is in this sense that “mathematics,” or models, cannot capture all that is contained in a theory. A model is necessarily one schematic image of a theory, and one must not be so myopic as to believe other schematic images cannot exist».

para responder al problema planteado por las teorías del valor porque, en primer lugar, sin dinero una economía de mercado no podría funcionar (Ostroy y Starr, 1974) y, en segundo lugar, la demostración de existencia del equilibrio es solo una primera parte del problema, siendo necesario, y mucho más importante, saber si el mercado puede, a través del proceso social de ajuste de precios y cantidades, alcanzar por sí solo el equilibrio o por lo menos mantenerse muy cerca de él, cada vez que la economía se encuentra en desequilibrio (Benetti, 1996).

Por consiguiente, el marco analítico idóneo para la teoría del valor se sitúa, propiamente, en el estudio del desequilibrio.<sup>3</sup> Este método consiste en modelar la dinámica de las economías de mercado como un proceso social de ajuste de precios y cantidades, y analizar sus propiedades de estabilidad. Dentro del paradigma neoclásico, el modelo de Fisher (1983) representa el único esfuerzo riguroso por formalizar este proceso en una economía monetaria de muchos agentes y mercancías que admite explícitamente el intercambio, la producción y el consumo fuera del equilibrio.<sup>4</sup>

Por el contrario, en la teoría clásica-marxista del valor, desde por lo menos los años ochenta se han desarrollado numerosos modelos de desequilibrio,<sup>5</sup> aunque ninguno de ellos goza todavía de aceptación generalizada en este enfoque teórico (Bellino, 2011). La razón de este hecho puede deberse a que los diferentes modelos de gravitación hasta hoy formulados, para representar el desequilibrio bajo la concepción clásica-marxista, presentan numerosos problemas para determinar los precios y las cantidades durante el desequilibrio (Caminati, 1990). De allí la necesidad de hacer una evaluación crítica y formular nuevos modelos de desequilibrio bajo el enfoque clásico-marxista que permitan dar un fundamento lógico válido a la teoría clásica-marxista del valor.

---

<sup>3</sup> Es importante reconocer que, dentro de la corriente clásica-marxista, esta postura no es compartida por autores importantes como Garegnani (1990) y Parrinello (1990), entre otros, para quienes la teoría clásica del valor no necesita de una fundamentación mediante un modelo de desequilibrio. Esta postura no es compartida por el autor de este artículo.

<sup>4</sup> Evidentemente, este juicio no está libre de objeciones desde *fuera* del marco neoclásico como, por ejemplo, las elaboradas por Lavoie (1992, 2014) o Petri (2004).

<sup>5</sup> Por ejemplo, Aoki (1977), Benetti (1981; 1985), Benetti, Bidard, Klimovsky y Rebeyrol (2012; 2014; 2015), Bidard y Klimovsky (2014), Boggio (1985), Duménil y Lévy (1983; 1987; 1990), Dutt (1988), Flaschel y Semmler (1986; 1987), Franke (1988), Kubin (1989; 1990), Kuroki (1986), Lippi (1990), Nikaido (1983; 1985).

Este trabajo tiene el objetivo de contribuir en esta dirección. En la primera parte del trabajo, se hace una crítica a los diferentes modelos de desequilibrio que se han propuesto desde el enfoque teórico clásico-marxista para estudiar las propiedades dinámicas de su sistema de precios de equilibrio. Se señalan sus principales limitaciones y, en la segunda parte, se propone un modelo alternativo que permite superar una de las limitaciones identificadas, y se analizan sus propiedades dinámicas referidas a la estabilidad. Se muestra la propiedad interesante de que el modelo genera una dinámica de ciclo límite de segundo orden en el que los precios de mercado gravitan alrededor de su equilibrio. En las conclusiones se sintetizan los resultados y se indica una agenda de investigación futura.

## I. Límites de los modelos clásico-marxistas de gravitación

La teoría clásica-marxista del valor analiza las situaciones de *equilibrio* utilizando el modelo de los precios de producción. Bajo este modelo, los precios de equilibrio se determinan como solución de un sistema de ecuaciones que satisface la norma de uniformidad de la tasa de ganancia para todas las ramas productivas, dada la técnica y el nivel de la variable de distribución exógena (Sraffa, 1966).<sup>6</sup> Y el *desequilibrio* es estudiado a través de los llamados modelos de gravitación. Puesto a grandes rasgos, la teoría de la gravitación postula que, cuando los precios de mercado *no* garantizan la uniformidad de la tasa de ganancia, aquellos no pueden mantenerse fijos puesto que los diferenciales en las tasas de ganancia incentivarán a los capitalistas a transferir su capital de los sectores de menor hacia los de mayor rentabilidad, alterando con ello la estructura productiva de la economía y, en consecuencia, los precios de mercado del siguiente periodo. Así, este proceso de ajuste se detendrá solamente cuando se alcancen los precios que garantizan la uniformidad de la tasa de ganancia y que, por ello, tales precios son considerados bajo este enfoque como precios de equilibrio.

Si bien el origen de esta teoría se remonta hasta Smith, Ricardo y Marx, es recién a partir de los años ochenta del anterior siglo que se han elaborado numerosos modelos que intentan formalizar y demostrar esta idea (Caminati, 1990).<sup>7</sup>

---

<sup>6</sup> Véase también Bidard y Klimovsky (2014) o Kurz y Salvadori (1995).

<sup>7</sup> Al respecto, no se deben confundir los modelos de gravitación aquí revisados con el enfoque de ciclo de crecimiento de Goodwin (1982) y sus extensiones (e.g., Foley, 1986). A diferencia de estos últimos, los modelos de gravitación clásico-marxistas son modelos de desequilibrio

Y a pesar de la aparente simpleza de su postulado, su formalización ha tenido numerosas dificultades que podrían explicar por qué ninguno de estos modelos se ha consolidado como una explicación coherente y aceptable del desequilibrio bajo la concepción clásica-marxista (Bellino, 2011). A continuación, señalamos algunos de los problemas más importantes que presentan estos modelos.

El problema principal, común a los modelos tradicionales de gravitación, se refiere al mecanismo mismo de movilidad de capital. Este mecanismo supone que los capitalistas *conocen* las tasas de ganancia de cada rama. Ahora bien, el conocimiento de esta información de carácter eminentemente privado solo es posible si existe un mercado de capitales. En estas circunstancias no se entiende por qué habría capitalistas que seguirían reinvertiendo en aquellas ramas que redividieron bajas tasas de ganancia en términos relativos. Una manera de salvar esta dificultad sería introducir, como hipótesis *ad hoc*, alguna imperfección en el mercado de capitales tal como información asimétrica entre los agentes. Sin embargo, en ausencia de una formalización explícita de este mercado, cualquier hipótesis carece de fundamento teórico (Benetti et al., 2015).

Otra dificultad que presentan estos modelos se refiere a la manera en cómo determinan los precios de desequilibrio. Los modelos tradicionales de gravitación utilizan una de las siguientes modalidades:

- i. Utilizan un coeficiente de reacción que relaciona los precios de mercado a los excesos de demanda (igual que la regla del subastador utilizada por la teoría neoclásica de la estabilidad). Esta manera de determinar precios puede encontrarse, por ejemplo, en Boggio (1990) o Flaschel y Semmler (1987).
- ii. Suponen un proceso no competitivo de formación de precios en el que los capitalistas tienen el poder de mercado para determinar los precios de acuerdo con un criterio previamente especificado como, por ejemplo, la obtención de una tasa de ganancia deseada, calculada sobre la base de los costos históricos, o la obtención de un nivel deseado de formación de inventarios. Ambos criterios son utilizados, respectivamente, en Duménil y Lévy (1987 y 1990).

---

con fundamentos microeconómicos, en los que la dinámica se analiza a partir de una estructura productiva completamente desagregada.

- iii. Finalmente, una tercera modalidad consiste en determinar los precios de mercado como solución a un sistema de ecuaciones simultáneas que permite el equilibrio temporal de la economía, es decir, iguala la oferta a la demanda del periodo. Este tipo de especificación se encuentra en Nikaido (1985) y Bidard y Klimovsky (2014).

Como se muestra en Seoane (2022; 2024b), el problema de estos métodos son los siguientes: en el primer caso, no existe una teoría que fundamente los coeficientes de reacción. En el segundo, no se puede justificar teóricamente el criterio que los capitalistas utilizan para determinar los precios. En el tercer caso, no se sabe cómo el mercado puede alcanzar los precios que se determinan como solución de un sistema de ecuaciones, volviendo a encontrar el mismo problema característico del equilibrio respecto a su método para calcular precios independientemente del dinero y los intercambios.

Una tercera dificultad teórica se presenta en la manera de especificar y justificar el mecanismo de racionamiento o de formación involuntaria de inventarios que aparecen en los mercados cuando el precio no es de equilibrio para calcular las cantidades. Al respecto, los modelos tradicionales de gravitación responden a este problema bajo una de las siguientes tres modalidades:

- i. Excluyen los intercambios fuera del equilibrio, por lo que el proceso de ajuste es un proceso nocional o virtual en el que no hay intercambios (igual al modelo de tanteo de la teoría neoclásica de la estabilidad<sup>8</sup>). Este es el caso de la mayor parte de los modelos como, por ejemplo, los de Boggio (1990), Lippi (1990) o Flaschel y Semmler (1987).
- ii. Explicitan un proceso de formación de inventarios en el que los capitalistas producen de forma tal que puedan mantener una tasa de *stock* de inventarios respecto al producto dado, siendo esta tasa un parámetro del modelo cuya única justificación es evitar una situación de racionamiento por el lado de la demanda. Este tipo de especificación se encuentra, por ejemplo, en Dumenil y Lévy (1987, 1990) y en Franke (1987).
- iii. Especifican un esquema centralizado de racionamiento en el que un tipo particular de demanda –la demanda productiva en Kubin (1989, 1990) o

---

<sup>8</sup> Por esta razón, a este proceso Caminati (1990) denomina con justa razón como tanteo walrasiano *clásico*.

improductiva en Nikaïdo (1983, 1985)– es satisfecha en términos físicos, mientras que el otro tipo de demanda es racionada. Esta alternativa implica la existencia de una organización centralizada que se encarga de distribuir la producción para satisfacer en términos físicos un tipo de demanda y, una vez realizado esto, entregar el resto del producto agregado a la demanda restante, en donde se implementa el racionamiento de manera proporcional al valor de cada demanda individual.

De esta manera, tenemos que, en los modelos tradicionales de gravitación, los intercambios en desequilibrio o son excluidos (primer caso) o pueden llevarse a cabo gracias a una hipótesis *ad hoc* de formación de inventarios (segundo caso), o gracias a un esquema de racionamiento ajeno a la lógica descentralizada del mercado (tercer caso).

Por lo que, en conclusión, los modelos clásicos tradicionales de gravitación enfrentan graves problemas para justificar teóricamente la movilidad de capital entre ramas, y carecen además de un mecanismo de mercado para determinar precios y asignaciones de manera coherente con las sociedades mercantiles.

Por su parte, Benetti, Bidard, Klimovsky y Rebeyrol (2012; 2014; 2015), han propuesto una serie de modelos alternativos de desequilibrio de inspiración clásica en los que abandonan la idea de movilidad de capital entre ramas y, en su lugar, suponen que el proceso de ajuste de la actividad económica es llevado a cabo por los capitalistas a través de la reinversión de sus ganancias en sus propias ramas productivas. Además, utilizan un mecanismo de mercado llamado «regla Cantillon» para determinar precios y asignaciones durante el desequilibrio de manera descentralizada y, en la versión monetaria de su modelo, suponen un régimen monetario de crédito puro a tasa de interés nula y con una regla simple de liquidación de los saldos monetarios que aparecen en el desequilibrio.

A pesar del avance que representan estos modelos alternativos para superar las dificultades identificadas en los modelos tradicionales de gravitación, enfrentan a su vez las siguientes limitaciones: 1) la regla Cantillon es un mecanismo de mercado para determinar precios y asignaciones particular que no solo es poco realista, sino que, sobre todo, es contrario al principio fundamental de las sociedades de mercado de que los agentes elijan las cantidades que compran y venden en los mercados (Seoane, 2024b), y 2) la regla de liquidación de saldos es, además de irreal y burda, restringida para una economía bisectorial con baja interdependencia productiva entre sectores (Seoane y Argandoña, 2023).

De manera que, en conclusión, los modelos alternativos de Benetti et al. tienen igualmente problemas para ser considerados como representaciones abstractas aceptables de la teoría clásica-marxista del desequilibrio. De allí la necesidad de proponer nuevos modelos de gravitación que superen ambos o por lo menos alguno de los tres problemas recién señalados: por una parte, microfundamentar la noción de movilidad de capital entre ramas para hacer inteligible el proceso de ajuste concebido intuitivamente por los clásicos y Marx, por otra, proponer mecanismos de mercado alternativos para determinar precios y asignaciones fuera del equilibrio de manera coherente con las sociedades de mercado y, finalmente, proponer reglas monetarias de liquidación de saldos que puedan ser generalizables a economías de cualquier tamaño y grado de dependencia productiva entre sus sectores.

En Seoane (2024a) se presentó un modelo orientado a resolver el tercer problema mediante el supuesto de una economía monetaria de efectivo puro (*pure cash*), en lugar de crédito puro, aunque conservando la regla de Cantillon. En este trabajo se propone un segundo modelo alternativo que mantiene la regla de liquidación de saldos formulada en Benetti et al. (2014; 2015), pero adopta la regla del equilibrio parcial como mecanismo de mercado para determinar precios y asignaciones. A diferencia de las reglas de fijación de precios bajo competencia imperfecta o la regla del equilibrio temporal, este mecanismo—al igual que la regla de Cantillon—opera en un entorno de competencia perfecta y descentralización, pues

[...] determina precios tanto en equilibrio como en desequilibrio temporal, a partir de mensajes enviados por los individuos a cada mercado, de una manera perfectamente competitiva y descentralizada para cada mercado. Pero tiene la virtud de determinar asignaciones de una manera compatible con el principio de elección individual: aquí los individuos siempre eligen las cantidades compradas y/o vendidas. Además, esta regla tiene el mérito adicional de tener una mayor relevancia teórica y empírica: desde un punto de vista teórico, porque esta regla constituye una de las nociones más básicas y elementales de nuestra disciplina, como es la regla del equilibrio parcial y, desde una perspectiva empírica, porque ésta es justamente la regla que más se utiliza en la mayoría de los mercados que se cotizan en las Bolsas de valores alrededor del mundo (Seoane, 2024b, p. 27).

Se mostrará que el modelo resultante posee la propiedad interesante de generar una dinámica de ciclo límite de segundo orden, es decir, una dinámica en la que los precios de mercado fluctúan indefinidamente alrededor de los precios de equilibrio, reproduciendo de manera formal la intuición clásica-marxista de la gravitación de los precios de mercado alrededor de los precios de producción.

## II. Un modelo clásico-marxista alternativo de gravitación

Supongamos una economía capitalista compuesta por dos ramas productivas, cada una de las cuales utiliza un solo método de producción, con rendimientos constantes a escala y sin utilizar para ello capital fijo. Además, el salario real está dado y es pagado en términos físicos de manera *ex ante*, por lo que figura como parte de los insumos productivos de cada rama, y se asume que los capitalistas desean acumular la totalidad de sus ingresos reinvirtiéndolos en su propia rama productiva. Dado que todos éstos se comportan de la misma manera y solo existe un método de producción por rama, la actividad de los productores de cada rama es analizada de manera agregada, por lo que la economía es considerada como si estuviera compuesta por un solo capitalista por cada rama productiva.

Por otra parte, se supone que la economía se organiza en dos mercados, uno para cada bien, que funcionan de manera simultánea y perfectamente competitiva, a través de un mecanismo de mercado que determina precios y asignaciones mediante la regla de equilibrio parcial. Además, se supone que existe una institución que presta dinero a los productores al inicio de cada periodo, a una tasa nula de interés, con la condición de que dicha cantidad de dinero sea devuelta al final del mismo periodo. Así, el dinero prestado permite a los capitalistas gastar en cada mercado de manera independiente a los ingresos que obtienen por sus ventas, lo que abre la posibilidad para que ellos puedan gastar cantidades inferiores o superiores a su ingreso, generando con ello saldos monetarios positivos o negativos al final de cada periodo que deben ser liquidados. Para ello, se supone la regla simple de liquidación de saldos formulada en Benetti et al. (2014, 2015): se realiza una transferencia de bienes entre los capitalistas, en cantidades cuyo valor es igual al saldo monetario, y cuya composición física es elegida por el capitalista superavitario, a expensas del otro, modificando con ello la asignación de bienes determinada por el mercado. Este conjunto de hipótesis tiene la virtud de generar un modelo bastante simple para representar a las sociedades de mercado, lo que es importante para estudiar de manera sencilla su dinámica.

Precisemos los supuestos del modelo. Cada sector productivo produce un solo bien utilizando ambos bienes como capital circulante en proporciones representadas por la matriz  $A = [a_{ij}]$ , con  $i, j = 1, 2$ . La producción toma un solo periodo y los bienes son perecederos. Los salarios son considerados como parte de los insumos productivos. La función objetivo de los productores es maximizar la acumulación, es decir, ellos desean gastar la totalidad de su ingreso de manera productiva, reinvertiendo en insumos (incluido el salario real) que les permita producir la mayor cantidad posible de su producto para la siguiente fecha.

La lógica del modelo es la siguiente: antes de abrirse los mercados, cada productor toma prestado la cantidad de dinero que espera obtener en la fecha. Con esta cantidad de dinero formula sus listas de compras y ventas de la siguiente manera: cada productor dispone para la venta la *totalidad* de la mercancía que él produce en cada mercado y hace una lista *de compras* donde especifica las cantidades que desea comprar de cada una de las mercancías (incluida la suya) para cada precio posible, dado el precio *esperado* de la otra mercancía. Al respecto, y por simplicidad, se supone que los individuos tienen expectativas estáticas.

Note que, si los precios de mercado resultan diferentes a los esperados por los individuos, sus canastas de mercancías que resultarán de la aplicación de la regla del equilibrio parcial serán diferentes a las deseadas, por lo que se encontrarán en *desequilibrio real*. Además, es posible que los gastos realizados por algún individuo sean mayores que sus ingresos, aunque nunca se dará este caso para ambos individuos, pues, como más adelante se mostrará, la suma de los saldos monetarios individuales siempre será igual a cero. Así, en caso de que existan estos saldos monetarios en la economía, se supondrá la siguiente regla para liquidar dichos saldos: el individuo superavitario entregará al deficitario este saldo monetario a cambio de una canasta de bienes, cuyo valor monetario será igual al saldo (evaluando la canasta al precio de mercado) y cuya composición física será elegida por el individuo superavitario.

De esta manera, las asignaciones  *finales*  que obtengan ambos individuos serán diferentes a las obtenidas en el mercado y, con ellas, ambos producirán para la siguiente fecha la cantidad máxima que puedan producir y el sobrante será consumido improductivamente. Y así el proceso recién descrito se repetirá para una nueva fecha, generando con ello una dinámica de sucesión de *desequilibrios temporales*.

Expresemos formalmente el modelo. Al inicio de cada fecha, cada individuo  $i$ , con  $i = 1, 2$ , tiene la cantidad que produjo con los insumos comprados en la

fecha anterior,  $q_i^{t-1}$ , y tiene una expectativa estática de los precios de mercado de ambas mercancías. Así, cada individuo toma prestado de la institución monetaria la cantidad de dinero equivalente a su ingreso esperado, el cual es igual a  $q_i^{t-1} \cdot p_i^{t-1}$ . Y con esta cantidad de dinero, cada individuo debe decidir cómo formular sus listas para cada mercado.

Dado que los mercados funcionan de manera simultánea, cada individuo debe preasignar un monto de dinero en cada mercado para financiar sus compromisos de compra. Para ello, cada individuo calcula cuánto espera gastar en cada mercado y envía el monto equivalente de dinero a tal mercado. Este monto será igual al valor esperado de la cantidad de mercancía que el individuo desea comprar a los precios esperados y que a su vez es igual a la cantidad que requiere de dicho bien para acumular todo su ingreso esperado.

Formalmente, sea  $q_i^{n,t}$  el nivel de producción *deseado* que el individuo  $i$  quisiera alcanzar a los precios *esperados* de las mercancías, este nivel es igual a:

$$q_i^{n,t} = \frac{q_i^{t-1} \cdot p_i^{t-1}}{a_{ij} \cdot p_j^{t-1} + a_{ii} \cdot p_i^{t-1}} \quad (1)$$

Para alcanzar este nivel de producción a los precios *esperados* de los insumos, cada productor  $i$  tendría que comprar la cantidad  $a_{ij}q_i^{n,t}$  de la mercancía  $j$  y la cantidad  $a_{ii}q_i^{n,t}$  de la mercancía  $i$ , lo que implicaría gastar la cantidad  $a_{ij}q_i^{n,t}p_j^{t-1}$  de dinero en el mercado  $j$  y la cantidad  $a_{ii}q_i^{n,t}p_i^{t-1}$  en el mercado  $i$ , lo que a su vez implica un gasto total igual a su ingreso *esperado* ( $= q_i^{t-1}p_i^{t-1}$ ). Por tanto, estas cantidades de dinero son las que compromete el productor de  $i$  a cada uno de los mercados. Con estas cantidades de dinero preasignadas, el individuo debe formular sus listas de compras para cada mercado.

Por los supuestos realizados, la lista de compras que el productor de  $i$  formula para el mercado de  $j$  se expresará formalmente de la siguiente manera:

$$d_{ij}^t(p_j^t) = \begin{cases} a_{ij} \cdot \frac{q_i^{t-1} \cdot p_i^{t-1}}{a_{ij} \cdot p_j^{t-1} + a_{ii} \cdot p_i^{t-1}}, & \text{para } p_j^t \leq p_j^{t-1} \\ \frac{a_{ij}q_i^{n,t}p_j^{t-1}}{p_j^t}, & \text{para } p_j^t > p_j^{t-1} \end{cases} \quad (2)$$

El primer componente de esta lista expresa la cantidad de  $j$  que el productor de  $i$  desearía comprar, para cada precio posible de  $j$  y dado el precio esperado de  $i$ , pues expresa la cantidad de la mercancía  $j$  que requiere como insumo para acumular todo su ingreso esperado, para cada nivel de precio  $p_j^t$  dado  $p_i^{t-1}$ . No obstante, esta cantidad no siempre es posible financiar para todo  $p_j^t$ , con la cantidad de dinero preasignada a dicho mercado. Para saber el rango de precios de  $j$  a los cuales es posible financiar dicha demanda del productor de  $i$ , se debe despejar  $p_j^t$  de la siguiente desigualdad:

$$\left( a_{ij} \cdot \frac{q_i^{t-1} \cdot p_i^{t-1}}{a_{ij} \cdot p_j^t + a_{ii} \cdot p_i^{t-1}} \right) p_j^t \leq \left( a_{ij} \frac{q_i^{t-1} \cdot p_i^{t-1}}{a_{ij} \cdot p_j^{t-1} + a_{ii} \cdot p_i^{t-1}} \right) p_j^{t-1} \quad (3)$$

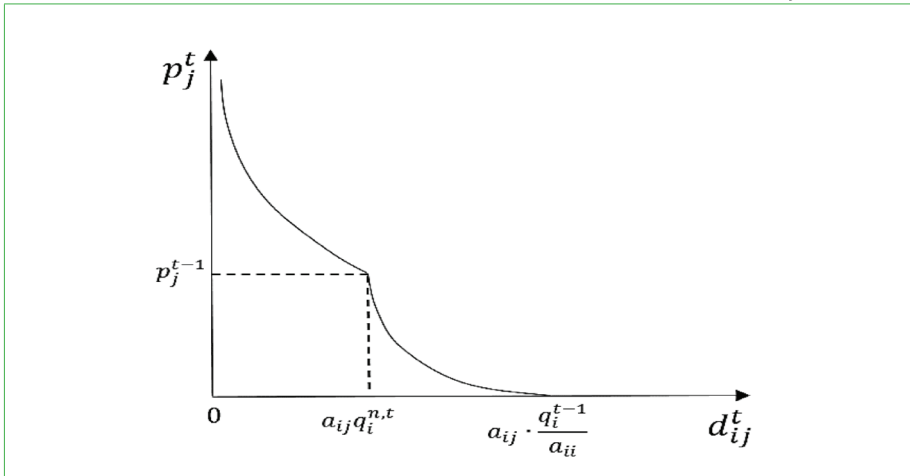
Donde el lado izquierdo de esta desigualdad expresa el valor de la cantidad de  $j$  que desea el productor de  $i$  al precio de mercado  $p_j^t$ , dado el precio esperado  $p_i^{t-1}$ ; y el lado derecho de la desigualdad representa la cantidad de dinero que el productor de  $i$  ha preasignado al mercado de  $j$ , dadas sus expectativas de precios  $p_i^{t-1}$  y  $p_j^{t-1}$ . Despejando  $p_j^t$  de esta desigualdad se tiene que:

$$p_j^t \leq p_j^{t-1} \quad (4)$$

Es decir, el productor de  $i$  podrá financiar la cantidad que desea de  $j$  al precio  $p_j^t$  (y dado el precio esperado de  $p_i^{t-1}$ ), siempre y cuando este precio sea igual o menor que el esperado por el productor de  $i$ , al momento de preasignar la cantidad de dinero llevada a cada mercado. En caso contrario, el productor de  $i$  no podrá financiar la cantidad deseada de  $j$  a dicho precio con la cantidad de dinero llevada a ese mercado y, por tanto, tendrá que contentarse con comprar la cantidad de  $j$  que puede comprar con la cantidad de dinero llevada a tal mercado, cantidad que es aquella que se expresa en el segundo componente de (2).

Gráficamente, esta lista tiene la siguiente forma:

**FIGURA 1.** LISTA DE COMPRAS QUE EL PRODUCTOR DE  $i$  HACE PARA EL MERCADO  $j$



**Fuente:** Elaboración propia.

Ahí podemos ver que el productor  $i$  comprará la cantidad que desea comprar de  $j$  (dado el precio esperado de  $i$ ), siempre y cuando su precio de mercado sea igual o inferior al precio que él esperaba cuando preasignó el dinero a dicho mercado (es decir, para todo  $p_j^t \leq p_j^{t-1}$ ). Si, por ejemplo, el precio de mercado es justamente igual al esperado, entonces el individuo comprará la cantidad  $a_{ij}q_i^{n,t}$ , la cual equivaldrá en términos de valor a la cantidad total de dinero llevada a dicho mercado. Si, en cambio, el precio de mercado es cero, entonces el productor «comprará»  $a_{ij} \cdot \frac{q_i^{t-1}}{a_{ii}}$ , pues es la cantidad máxima que desea de  $j$ , dada su expectativa de lo que cree que sucederá en el mercado de  $i$ , para acumular todo su ingreso.

Finalmente, si el precio de mercado es superior al esperado, entonces el productor de  $i$  no podrá financiar la cantidad que desea de  $j$ , dado el precio esperado de  $i$ , con la cantidad de dinero llevada al mercado. Por tanto, no le quedará otra alternativa que comprar todo lo que pueda comprar con dicha cantidad de dinero.

Ahora bien, en cuanto a la lista que el productor de  $i$  hace para su *propio* mercado note que, si él propusiera en su lista comprar las cantidades que él desearía comprar de su mercancía a los distintos precios posibles de  $i$  (y dado el precio esperado de  $j$ ), formularía una lista del siguiente tipo:

$$d_{ii}^t(p_i^t) = \begin{cases} a_{ii} \cdot \frac{q_i^{t-1} \cdot p_i^t}{a_{ij} \cdot p_j^{t-1} + a_{ii} \cdot p_i^t}, & \text{para } p_i^t \leq p_i^{t-1} \\ \frac{a_{ii} q_i^{n,t} p_i^{t-1}}{p_i^t}, & \text{para } p_i^t > p_i^{t-1} \end{cases} \quad (5)$$

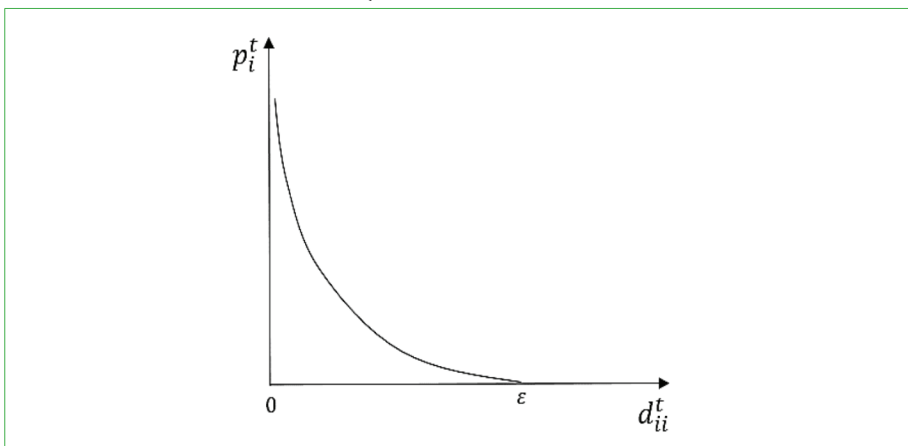
En este caso, la demanda del productor  $i$  por su propia mercancía se aproxima a cero cuando su precio tiende a cero (pues a medida que  $p_i^t \rightarrow 0$ , el primer componente de (5) tiende a cero). La razón de esto se debe a que la baja en el precio de esta mercancía tiene un efecto-ingreso sobre la demanda de ella por parte de su propio productor. Sin embargo, tomando en cuenta que este productor ya preasignó a dicho mercado la cantidad  $a_{ii} q_i^{n,t} p_i^{t-1}$  de dinero, y que lo que gaste en su propio mercado recibirá al mismo tiempo como ingreso, no tiene sentido que este capitalista formule su lista de esta forma. Por ello, (5) se sustituye por:

$$d_{ii}^t(p_i^t) = \begin{cases} \frac{a_{ii} q_i^{n,t} p_i^{t-1}}{p_i^t}, & \text{para } p_i^t > 0 \\ \varepsilon, & \text{para } p_i^t = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Donde  $\varepsilon$  es un número elegido arbitrariamente por el individuo  $i$  para especificar la cantidad que «comprará» de su propia mercancía si su precio fuera nulo. Se supone que esta cantidad será siempre mayor que  $q_i^{t-1}$ .

Gráficamente, esta lista tendrá la siguiente forma:

**FIGURA 2.** LISTA DE COMPRAS QUE EL PRODUCTOR DE  $i$  LLEVA A SU PROPIO MERCADO



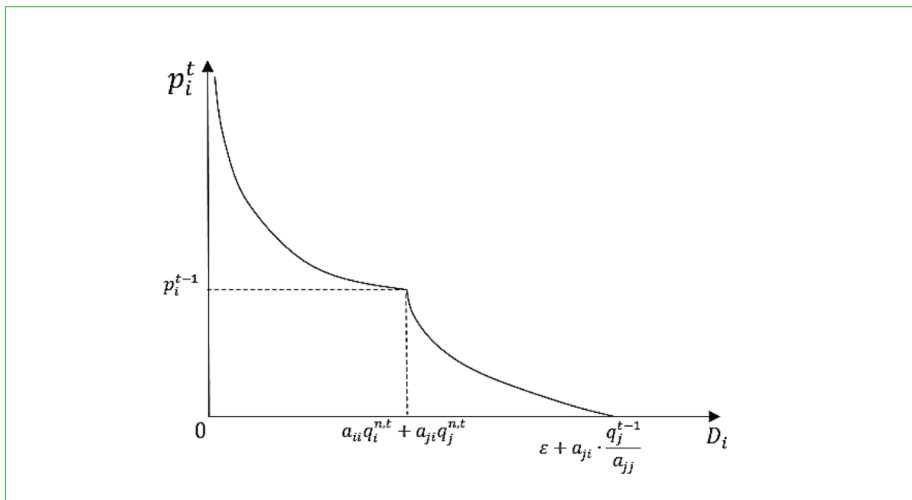
**Fuente:** Elaboración propia.

La cual es una hipérbola rectangular, es decir, es una función compuesta por todos los puntos cuya área, salvo en el punto  $\varepsilon$ , es igual a  $a_{ii}q_i^{n,t}p_i^{t-1}$ . De esta manera, el agregado de las listas de compras para un mercado, digamos el  $i$ , será:

$$\sum_j d_{ji}^t(p_i^t) = \begin{cases} \varepsilon + \frac{a_{ji} \cdot q_j^{t-1}}{a_{jj}}, & \text{si } p_i^t = 0 \\ \frac{a_{ii}q_i^{n,t}p_i^{t-1}}{p_i^t} + \frac{a_{ji} \cdot q_j^{t-1} \cdot p_j^{t-1}}{a_{jj} \cdot p_j^{t-1} + a_{ji} \cdot p_i^t}, & \text{si } 0 < p_i^t < p_i^{t-1} \\ \frac{a_{ii}q_i^{n,t}p_i^{t-1}}{p_i^t} + \frac{a_{ji}q_j^{n,t}p_i^{t-1}}{p_i^t}, & \text{si } p_i^t \geq p_i^{t-1} \end{cases} \quad (7)$$

Se puede comprobar que dicho agregado es una función estrictamente decreciente para todo  $p_i^t > 0$  con la siguiente forma:

**FIGURA 3.** AGREGADO DE LAS LISTAS DE COMPRAS PARA EL MERCADO  $i$



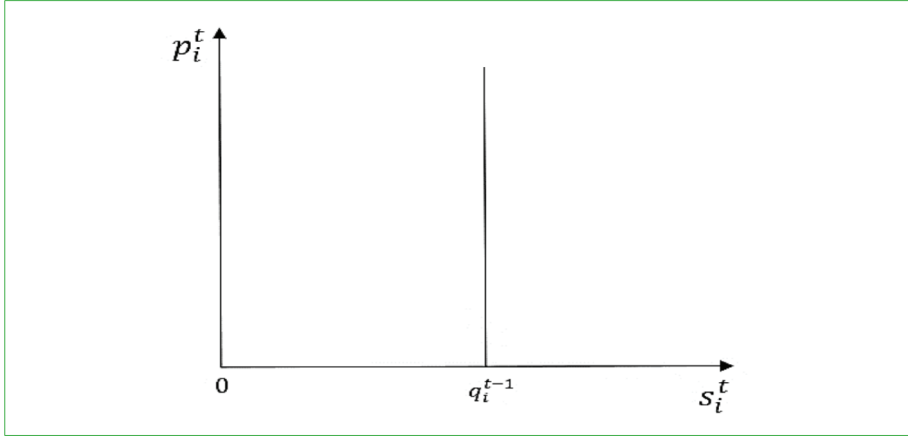
**Fuente:** Elaboración propia.

En cuanto a los planes de venta, cada capitalista lleva al mercado del bien que produce la totalidad de lo que ha producido, independientemente de su precio, es decir:

$$s_i^t = q_i^{t-1}, \forall i = 1,2 \quad (8)$$

Gráficamente, esta lista tiene la siguiente forma:

**FIGURA 4.** LISTA DE VENTAS QUE ENVÍA EL PRODUCTOR DE  $i$  A SU PROPIO MERCADO



**Fuente:** Elaboración propia.

Dado que el agregado de las listas de ventas es una función constante y, por tanto, continua, el agregado de las listas de compras es una función continua y estrictamente decreciente para todo  $p_i^t > 0$ , y  $\varepsilon > q_i^{t-1}$ , el precio de equilibrio parcial existe, es único y positivo e igual a<sup>9</sup>:

$$p_i^t = \min \left\{ \begin{array}{l} p_i^{t-1} \left( \frac{a_{ii} p^{t-1}}{a_{ii} p^{t-1} + a_{ij}} + \frac{a_{ji}}{(a_{ji} p^{t-1} + a_{jj}) q^{t-1}} \right), \\ \max \left\{ \frac{(T + U - V) p_j^{t-1} + (W - X) q_i^{t-1} + \sqrt{Z}}{2 a_{ii} a_{ji} q_i^{t-1} p_i^{t-1} + 2 a_{ij} a_{ji} q_i^{t-1} p_j^{t-1}} \right\} \end{array} \right\} \quad (9)$$

<sup>9</sup> Este precio fue calculado utilizando *Wolfram Mathematica*. Siguiendo a Gravelle y Rees (1985, p. 174), el argumento para demostrar que existe un único precio positivo que resuelve esta ecuación es el siguiente: como la función de demanda parcial es a) continua (salvo cuando  $p_i^t = 0$ ), b) estrictamente decreciente, c) tiende a cero cuando  $p_i^t \rightarrow \infty$  y tiende a infinito cuando  $p_i^t \rightarrow 0$  (siendo en el límite igual a  $\varepsilon > q_i^{t-1}$ ) y d) siendo la función de oferta parcial  $q_i^{t-1}$  constante y, por tanto, continua, la función de demanda excedente es continua, estrictamente decreciente, negativa cuando  $p_i^t \rightarrow \infty$  y positiva cuando  $p_i^t \rightarrow 0$ . De modo que, necesariamente, tiene que existir un único precio  $p_i^t > 0$  al cual la función de demanda excedente sea nula y, por tanto, de equilibrio parcial.

Donde:

$$q^{t-1} = \frac{q_i^{t-1}}{q_j^{t-1}}$$

$$p^{t-1} = \frac{p_i^{t-1}}{p_j^{t-1}}$$

$$T = a_{ii}a_{ji}q_j^{t-1}p_i^{t-1}$$

$$U = a_{ij}a_{ji}q_j^{t-1}p_j^{t-1}$$

$$V = a_{ii}a_{jj}q_i^{t-1}p_i^{t-1}$$

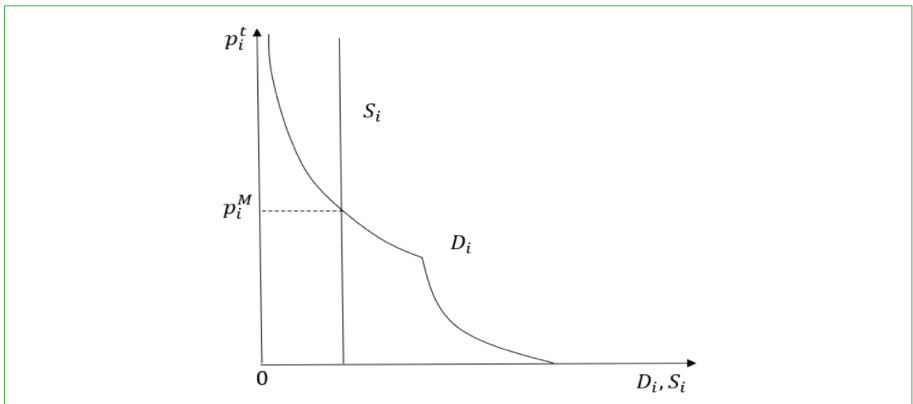
$$W = a_{ii}a_{ji}p_i^{t-1^2}$$

$$X = a_{ij}a_{jj}p_j^{t-1^2}$$

$$Z = [(T + U)^2 - 2TV + V^2]p_j^{t-1^2} + [(T + U + V)W + (V - U - 2T)X]2q_i^{t-1}p_j^{t-1} + (W + X)^2q_i^{t-1^2}$$

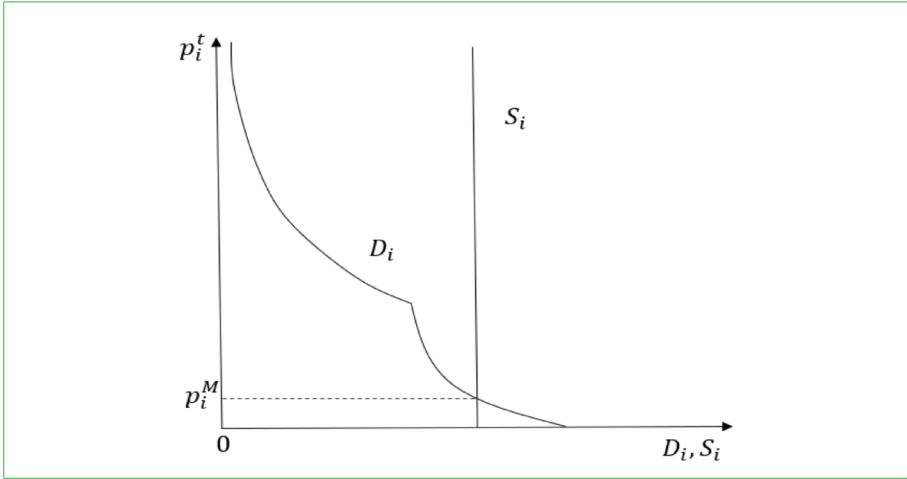
El cálculo del precio puede entenderse mejor considerando gráficamente los siguientes tres casos posibles que pueden ocurrir:

**FIGURA 5.** PRIMER CASO DEL EQUILIBRIO PARCIAL EN EL MERCADO DE  $i$



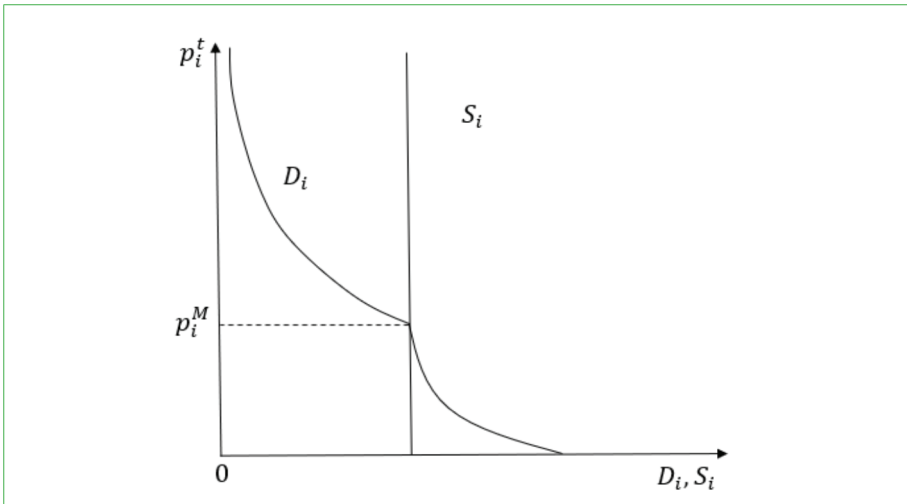
**Fuente:** Elaboración propia.

**FIGURA 6.** SEGUNDO CASO DEL EQUILIBRIO PARCIAL EN EL MERCADO DE  $i$



**Fuente:** Elaboración propia.

**FIGURA 7.** TERCER CASO DEL EQUILIBRIO PARCIAL EN EL MERCADO DE  $i$



**Fuente:** Elaboración propia.

En la figura 5, el precio de mercado resulta mayor al precio esperado por ambos individuos, por lo que ambos gastan toda la cantidad de dinero preasignada al mercado  $i$ . En la figura 6, en cambio, el precio de mercado resulta menor al precio esperado por ambos individuos. A pesar de ello, el productor de la mercancía  $i$  igualmente gasta todo el dinero preasignado a dicho mercado, mientras que el productor de la mercancía  $j$  solo gasta la cantidad que desea, dado el precio esperado de  $j$ . Finalmente, en la figura 7, el precio de mercado resulta igual que el esperado por ambos individuos. En tal caso, ambos individuos gastan toda la cantidad de dinero preasignada a dicho mercado y, al mismo tiempo, compran la cantidad que desean a dicho precio, dado el precio esperado de  $j$ .

Nótese que, en los dos primeros casos, la determinación del precio se rige por el componente de la demanda agregada que interseca a la oferta en su valor mínimo; de ahí el uso de la función *min*. En contraste, en el tercer escenario, ambos componentes de la demanda intersecan a la oferta en un mismo nivel de precios, lo que unifica el criterio de selección. Por otro lado, el segundo componente del cálculo del precio emplea la función *max* debido a que la resolución algebraica de dicha expresión arroja dos soluciones: una con la raíz cuadrada positiva y otra con la raíz cuadrada negativa. Se usa la función *max* para descartar la solución negativa de la raíz y conservar únicamente la positiva.

Por último, para completar el modelo, falta ver si la regla de liquidación de saldos propuesta es siempre viable. Para ello, se mostrará primero que el saldo monetario negativo que pudiera tener un individuo luego de participar en los mercados siempre será exactamente igual al saldo monetario positivo que tiene el otro individuo luego de pagar su deuda. Para ver esto, consideremos la cantidad total de dinero que existe en la economía. Esta cantidad es igual a la que tomaron prestados los individuos al inicio de la fecha, es decir:

$$M^t = q_i^{t-1} p_i^{t-1} + q_j^{t-1} p_j^{t-1} \quad (10)$$

Por otra parte, esta cantidad es igual a la cantidad de dinero que cada individuo gastó en cada bien, sumado a la cantidad de dinero que no gastó en ningún mercado (debido a que compró la cantidad suficiente que deseaba comprar de la mercancía que no produce, dadas sus expectativas de precios). Sea  $R_i^t$  y  $R_j^t$  la cantidad que, respectivamente, los individuos  $i$  y  $j$  no gastan en ningún mercado (y

que devolverán a la institución como parte del pago de la deuda que contrajeron con ella), se tiene entonces que:

$$M^t = d_{ii}^t p_i^t + d_{ij}^t p_j^t + R_i^t + d_{ji}^t p_i^t + d_{jj}^t p_j^t + R_j^t \quad (11)$$

Por su parte, la cantidad total de dinero que tienen los individuos al final de la misma fecha es igual al ingreso que obtiene cada productor más la cantidad de dinero no gastada por él en ningún mercado. Y dado que el ingreso que tiene el productor  $i$  es igual a  $d_{ii}^t p_i^t + d_{ji}^t p_i^t$  y el ingreso del productor  $j$  es igual a  $d_{ij}^t p_j^t + d_{jj}^t p_j^t$ , se tiene que tal cantidad es igual a la ecuación (11). Es decir, en términos agregados, la cantidad de dinero que tienen los individuos siempre es la misma. Por tanto, dado que:

$$\begin{aligned} d_{ii}^t p_i^t + d_{ij}^t p_j^t + R_i^t + d_{ji}^t p_i^t + d_{jj}^t p_j^t + R_j^t \\ = d_{ii}^t p_i^t + d_{ji}^t p_i^t + R_i^t + d_{ij}^t p_j^t + d_{jj}^t p_j^t + R_j^t \end{aligned} \quad (12)$$

Se tiene que:

$$(d_{ii}^t p_i^t + d_{ij}^t p_j^t) - (d_{ii}^t p_i^t + d_{ji}^t p_i^t) = (d_{ij}^t p_j^t + d_{jj}^t p_j^t) - (d_{ji}^t p_i^t + d_{jj}^t p_j^t) \quad (13)$$

Es decir, el gasto menos el ingreso del capitalista  $i$  (lado izquierdo de la igualdad) es igual al ingreso menos el gasto del capitalista  $j$  (lado derecho de la igualdad), por lo que el déficit que tenga un individuo siempre será igual al superávit que tenga el otro individuo. Ahora bien, supongamos el caso de que el individuo  $i$  fuera el deficitario. El problema consiste ahora en saber si la composición física de la canasta que el individuo superavitario  $j$  pedirá al deficitario  $i$  es viable. Este problema es equivalente a saber si las cantidades que el individuo superavitario desea de cada insumo a los precios de mercado será inferior a la cantidad existente de cada mercancía, de manera que dicha regla sea físicamente viable y, en particular, que el individuo deficitario no se quede sin mercancías luego de realizar esta transferencia para que ambos sectores puedan reproducirse en la siguiente fecha. Por tanto, se necesita saber en qué condiciones se cumplen las dos siguientes desigualdades:

$$a_{jj} \cdot \frac{q_j^{t-1} \cdot p_j^t}{a_{jj} \cdot p_j^t + a_{ji} \cdot p_i^t} < q_j^{t-1} \quad (14)$$

$$a_{ji} \cdot \frac{q_j^{t-1} \cdot p_j^t}{a_{jj} \cdot p_j^t + a_{ji} \cdot p_i^t} < q_i^{t-1} \quad (15)$$

La ecuación (14) siempre se cumple, pues equivale a:  $0 < a_{ji} \cdot p_i^t \cdot q_j^{t-1}$ , lo cual es verdad. En cambio, la ecuación (15) solo se cumplirá en caso de que  $a_{ji} \cdot q_j^{t-1} \cdot p_j^t < a_{jj} \cdot p_j^t \cdot q_i^{t-1} + a_{ji} \cdot p_i^t \cdot q_i^{t-1}$ . Dividiendo ambos lados de esta última desigualdad por  $q_j^{t-1}$  y  $p_j^t$ , tenemos que:

$$a_{ji} < a_{jj} q^{t-1} + a_{ji} p^{t-1} q^{t-1} \quad (16)$$

Donde recordamos que  $q^{t-1} = \frac{q_i^{t-1}}{q_j^{t-1}}$  y  $p^{t-1} = \frac{p_i^{t-1}}{p_j^{t-1}}$ . Análogamente, si el individuo  $i$  fuera el superavitario y el  $j$  el deficitario, la economía con esta regla de liquidación de saldos sería viable si se cumple:

$$a_{ij} < a_{ij} \cdot q^{t-1} + a_{ii} p^{t-1} q^{t-1} \quad (17)$$

Siguiendo a Benetti et al. (2014), una condición suficiente pero no necesaria que garantiza que (16) y (17) siempre se cumplan, independientemente de  $q^{t-1}$  y de  $p^{t-1}$  es suponer que:

$$D > -4\sqrt{a_{ii}a_{ij}a_{ji}a_{jj}} \quad (18)$$

Donde  $D$  es el determinante de la matriz  $A = [a_{ij}]$ . Si se cumple esta condición, la regla de liquidación de saldos siempre será viable y es posible estudiar la dinámica a la que da lugar este modelo. Para ello, calculemos los precios y cantidades relativas que resultan en cada fecha. Por la regla de liquidación de saldos,<sup>10</sup> las cantidades relativas serán iguales a:

<sup>10</sup> Véase Benetti et al. (2014., pp. 531-532).

$$q^t = \frac{a_{ji}}{a_{ij}} p^t \quad (19)$$

En cuanto a los precios relativos, dado que, si el precio monetario de una mercancía resulta mayor en relación con el periodo pasado, el precio monetario de la otra mercancía será menor en relación con el periodo pasado, de manera que los precios relativos siempre combinarán el primer componente del precio monetario de una mercancía con el segundo componente del precio monetario de la otra mercancía. Por lo que, en términos relativos, el precio relativo siempre será igual a:

$$p^t = \max \left\{ \frac{a_{ii} p^{t-1} [a_{jj} + a_{ji} p^{t-1} q^{t-1} + a_{ij} (a_{jj} + a_{ji} p^{t-1} q^{t-1}) + \sqrt{Z}]}{2a_{ij} (a_{jj} + a_{ji} p^{t-1})} \right\} \quad (20)$$

Nuevamente se emplea la función *max* para descartar la solución negativa de la raíz y conservar solo la solución positiva. Así, las ecuaciones (19) y (20) constituyen el sistema de ecuaciones en diferencias que sintetiza la dinámica del modelo. Para hallar el equilibrio de la economía, basta encontrar los valores  $p^*$  y  $q^*$  que hacen que  $p^t = p^{t-1}$  y  $q^t = q^{t-1}$ . Estos valores son iguales a los vectores columna y fila propios asociados al valor propio dominante de la matriz A de coeficientes productivos. Es decir:

$$p^* = \frac{a_{ii} - a_{jj} + \sqrt{(a_{ii} - a_{jj})^2 + 4a_{ij}a_{ji}}}{2a_{ji}} \quad (21)$$

y

$$q^* = \frac{a_{ii} - a_{jj} + \sqrt{(a_{ii} - a_{jj})^2 + 4a_{ij}a_{ji}}}{2a_{ij}} \quad (22)$$

Los cuales son los mismos que los precios de producción y la estructura productiva de equilibrio de la teoría clásica-marxista del valor. Para analizar las propiedades de estabilidad de la dinámica de este modelo, se realizó una aproximación lineal a este sistema para obtener sus propiedades *locales* de convergencia, es decir, para saber en qué condiciones una trayectoria cualquiera que parta de un

punto *suficientemente* cercano al equilibrio converge a él, a medida que el tiempo avanza. Para ello, se calculó el determinante de la matriz jacobiana del sistema,  $J_E$ , definido como:

$$J_E = \begin{pmatrix} \frac{\partial p^{*t}}{\partial p^{*t-1}} & \frac{\partial p^{*t}}{\partial q^{*t-1}} \\ \frac{\partial q^{*t}}{\partial p^{*t-1}} & \frac{\partial q^{*t}}{\partial q^{*t-1}} \end{pmatrix} \quad (23)$$

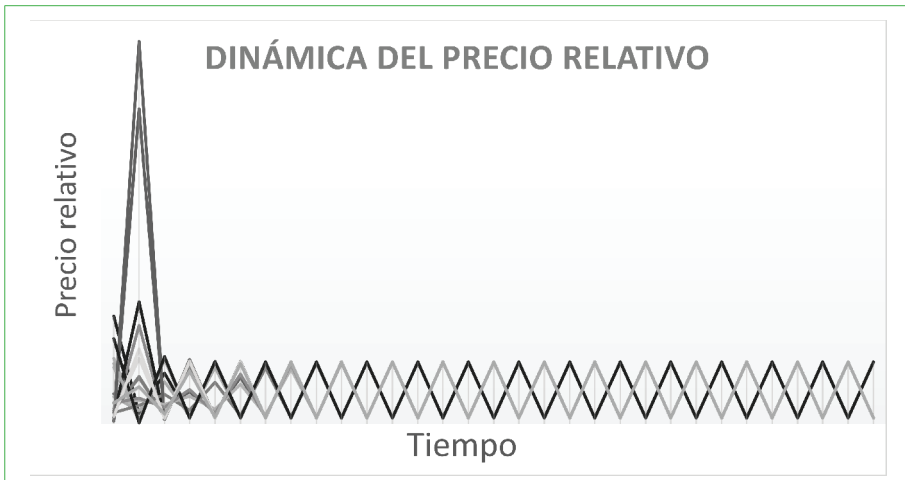
Donde cada componente de la matriz jacobiana corresponde a la derivada parcial de cada una de las dos ecuaciones respecto a cada una de las dos variables evaluadas en el punto de equilibrio, es decir, evaluando  $p^{t-1}$  como  $p^*$  y  $q^{t-1}$  como  $q^*$ . Mediante el uso de *Wolfram Mathematica*, se encontró que el determinante de esta matriz es idénticamente igual a la unidad y posee valores propios complejos, lo que sitúa al sistema de forma permanente en el umbral crítico de una bifurcación de Neimark-Sacker (Gandolfo, 1997). Este mecanismo es el responsable de la génesis de un ciclo límite de segundo orden (o círculo invariante) que se caracteriza por que las trayectorias que parten de una vecindad del equilibrio ya no convergen ni divergen a él, sino que, por el contrario, permanecen confinadas «orbitando» perpetuamente en una trayectoria cerrada.

Así, mientras que en los modelos clásico-marxistas de gravitación la estabilidad se asocia a una convergencia asintótica, en la que los precios de producción operan como atractores de los precios de mercado, la aparición de un círculo invariante en este modelo sugiere una realidad teórica cualitativamente distinta. En lugar de una convergencia hacia el equilibrio, el sistema describe una oscilación perpetua y acotada.

Bajo esta óptica, la gravitación no implica la anulación del desequilibrio, sino su reproducción cíclica. Los precios de mercado no «alcanzan» los precios naturales, sino que orbitan permanentemente alrededor de ellos. Este hallazgo valida formalmente la intuición de la economía política clásica y de Marx, donde el equilibrio no es un estado de quietud, sino el centro de gravedad virtual de un sistema en constante agitación. Así, este modelo permite concebir la dinámica de una economía capitalista no como un ajuste hacia el equilibrio, sino como una secuencia de desequilibrios temporales que dan lugar a fluctuaciones endógenas autosostenidas.

Para ilustrar este comportamiento, se realizaron varias simulaciones numéricas empleando distintas condiciones iniciales para las variables  $p_1^{t=0}$ ,  $p_2^{t=0}$ ,  $q_1^{t=0}$ ,  $q_2^{t=0}$ , manteniendo constante la estructura tecnológica definida por la matriz  $A = [a_{ij}]$ . Los distintos valores dados a las condiciones iniciales fueron determinados aleatoriamente. Los valores de los parámetros fueron:  $a_{ii} = 0.1$ ,  $a_{ij} = 0.5$ ,  $a_{ji} = 0.6$ ,  $a_{jj} = 0.2$ . Con estos valores se verifica que  $D = -0.28 > -0.30 = 4\sqrt{a_{ii}a_{ij}a_{ji}a_{jj}}$ , garantizando el cumplimiento de las condiciones (16) y (17). Los resultados, presentados en la Figura 8, confirman la presencia de un ciclo límite de segundo orden que gravita de manera persistente alrededor de los valores de equilibrio.

**FIGURA 8.** DINÁMICA DEL PRECIO RELATIVO



**Fuente:** Elaboración propia.

## Conclusiones

La teoría del valor tiene por objeto de estudio explicar el funcionamiento de los precios como mecanismo descentralizado de coordinación de las sociedades de mercado. Como toda teoría económica, las teorías del valor pertenecen al dominio de la intuición, por lo que, para probar su validez lógica, deben ser formuladas en términos de modelos teóricos que sirvan de fundamento lógico. Mientras que en la teoría neoclásica el modelo de desequilibrio de Franklin Fisher cumple esta

función, el enfoque clásico-marxista carece de un modelo de desequilibrio análogo que pueda constituirse en el fundamento de su teoría del valor.

En este trabajo se ha analizado por qué los modelos de gravitación formulados en las últimas cuatro décadas no han logrado constituirse en dicho fundamento. Los modelos tradicionales enfrentan dificultades para justificar económicamente la movilidad del capital entre ramas y para determinar precios y asignaciones de forma descentralizada. Por su parte, los modelos alternativos presentan problemas para justificar sus reglas para calcular precios y asignaciones fuera del equilibrio y para generalizar sus reglas monetarias a cualquier tipo de economía.

En este trabajo se ha formulado un modelo original que utiliza la regla de equilibrio parcial para calcular precios y asignaciones fuera del equilibrio. Esta regla tiene una justificación 1) lógica, porque determina asignaciones de una manera compatible con el principio de elección individual, 2) teórica, por ser una de las nociones más básicas y elementales de nuestra disciplina, y 3) empírica, por ser la regla que se utiliza en la mayor parte de los mercados más competitivos del mundo real, como son los de las mercancías que se cotizan en las Bolsas de valores alrededor del mundo.

Finalmente, se ha demostrado que el modelo presenta una propiedad dinámica de estabilidad de gran relevancia: la emergencia de un ciclo límite de segundo orden. En este escenario, los precios de mercado gravitan permanentemente alrededor de los valores de equilibrio, lo que formaliza la intuición clásica-marxista de la gravitación de los precios de mercado en torno a los naturales. Queda para futuras investigaciones la tarea de introducir reglas monetarias más generales o realistas que las empleadas en este trabajo y utilizar hipótesis alternativas del comportamiento de los capitalistas como, por ejemplo, que no busquen acumular todo su ingreso, que tengan expectativas no estáticas, etcétera.

## Referencias

- Aoki, M. (1977). Dual Stability in a Cambridge-Type Model. *Review of Economic Studies*, 44(1), 143-151.
- Bellino, E. (2011). Gravitation of market Prices Towards Natural Prices. In Ciccone, R., Gehrke, C., Mongiovi, G. (eds.). *Sraffa and Modern Economics* (vol. II). Routledge.

- Benetti, C. (1981). La question de la gravitation des prix de marché dans la Richesse des Nations. *Cahiers d'Economie Politique*(6), 9-31.
- Benetti, C. (1985). La teoría de la demanda efectiva en R. Torrens. *Análisis Económico*, *IV*(6), 21-60.
- Benetti, C. (1996). La teoría del desequilibrio: una crítica y una propuesta. En E. Ortiz Cruz (coord.). *Teoría de los precios. Avances en el debate contemporáneo* (pp. 263-289). Universidad Autónoma Metropolitana-Xochimilco.
- Benetti, C., Bidard, C., Klimovsky, E., y Rebeyrol, A. (2012). Reproduction and Temporary Disequilibrium: a CLASSICAL APPROACH. *Metroeconomica*, *4*(63), 614-633. doi:10.1111/j.1467-999X.2012.04157.x.
- Benetti, C., Bidard, C., Klimovsky, E., y Rebeyrol, A. (2014). Disequilibrium, Reproduction and Money: a Classical Approach. *Metroeconomica*, *65*(3), 524-540. doi:10.1111/meca.12051.
- Benetti, C., Bidard, C., Klimovsky, E., y Rebeyrol, A. (2015). Temporary Disequilibrium and Money in a Classical Approach. *Cahiers d'Économie Politique*, *2*(69), 159-184. doi: <https://10.3917/cep.069.0159>.
- Bidard, C. y Klimovsky, E. (2014). *Capital, salario y crisis: un enfoque clásico*. Siglo XXI.
- Boggio, L. (1990). The Dynamic Stability of Production Prices: a Synthetic Discussion of Models and Results. *Political Economy*, 1-2, vol. 6, 47-58.
- Caminati, M. (1990). Gravitation: an Introduction. *Political Economy*, *6*(1-2), 11-44.
- Debreu, G. (1973). *Teoría del valor*. Antoni Bosch.
- Duménil, G. y Lévy L. (1987). The Dynamics of Competition: a Restoration of the Classical Analysis. *Cambridge Journal of Economics*, vol. II, 133-164.
- Duménil, G. y Lévy L. (1990). Stability in Capitalism: are Long-Term Positions the Problem? With an Addendum. *Political Economy*, 1-2, vol. 6, 229-278.
- Dutt, A. K. (1988). Convergence and Equilibrium in two Sector Models of Growth, Distribution and Prices. *Journal of Economics-Zeitschrift für Nationalökonomie*, *48*(2), 135-158.
- Fisher, F. (1983). *Disequilibrium Foundations of Equilibrium Economics*. Cambridge University Press.
- Flaschel, P. y Semmler W. (1987). Classical and Neoclassical Competitive Adjustment Processes. *The Manchester School*, vol. 57, 13-37.
- Franke, R. (1987). *Production Prices and Dynamical Processes of the Gravitation of Market Prices*. Frankfurt am Main, Lang.
- Gandolfo, G. (1997). *Economic Dynamics*. Springer-Verlag.

- Garegnani (1990). On Some Supposed Obstacles to the Tendency of Market Prices Towards Natural Prices. *Political Economy*, 1-2, vol. 6, 329-359.
- Gravelle, H., & Rees, R. (2004). *Microeconomics*. Pearson.
- Klimovsky, E. (2000). Modelos básicos de las teorías de los precios. *Cuadernos de Economía*, XIX(32), 77-103.
- Kubin, I. (1989). Stability in Classical Competition: an Alternative to Nikaido's Approach. *Journal of Economics-Zeitschrift für Nationalökonomie*, 50(3), 223-235.
- Kubin, I. (1990). Market Prices and Natural Prices: a Model with a Value Effectual Demand. *Political Economy*, 1-2, vol. 6, 175-192.
- Kuroki, R. (1986). The Equalization of the Rate of Profit Reconsidered. In W. Semmler (ed.). *Competition, Instability and Nonlinear Cycles*. Springer Verlag.
- Lavoie, M. (1992). *Foundations of Post-Keynesian Economic Analysis*. Edward Elgar.
- Lavoie, M. (2014). *Post-Keynesian Economics: New Foundations*. Edward Elgar.
- Lippi, M. (1990). Production Prices and Dynamic Stability: Comment on Boggio. *Political Economy*, 6(1-2), 59-68.
- Nikaido, H. (1983). Marx on Competition. *Journal of Economics-Zeitschrift für Nationalökonomie*, 4, vol. 43, 337-362.
- Nikaido, H. (1985). Dynamics of Growth and Capital Mobility in Marx's Scheme of Reproduction. *Journal of Economics-Zeitschrift für Nationalökonomie*, 3, vol. 45, 197-218.
- Ostroy, J., y Starr, R. M. (1974). Money and the Decentralization of Exchange. *Econometrica*, 42(6), 1093-1113.
- Parrinello (1990). Some Reflexions on Classical Equilibrium, Expectations and Random Disturbances. *Political Economy*, 1-2, vol. 6, 113-124.
- Petri, F. (2004). *General Equilibrium, Capital and Macroeconomics: A Methodological Critique of the Neoclassical Theory*. Edward Elgar Publishing.
- Roemer, J. E. (1981). *Analytical Foundations of Marxian Economic Theory*. Cambridge University Press.
- Seoane, M. (2022). Reglas de formación de precios de desequilibrio bajo competencia imperfecta: una revisión crítica. *Análisis Económico*, 96, vol. xxxviii, 141-159. doi: <<https://doi.org/10.24275/uam/azc/dcsh/ae/2022v37n96/Seoane>>.
- Seoane, M. (2024a). Temporary Disequilibrium of a Pure Cash Economy. *Investigación Económica*, 83(328), 158-177. doi: <<https://doi.org/10.22201/fe.01851667p.2024.328.87124>>.

Seoane, M. (2024b). Reglas de formación de precios de desequilibrio bajo competencia perfecta: una revisión crítica. *Perspectivas. Revista de Análisis de Economía, Comercio y Negocios Internacionales*, 1, vol. xvi, núm. 7-31.

Seoane, M. y Argandoña, A. (2023). The Limits of Monetary Approaches to the Theory of Value. *Cuadernos de Economía*, 42(88), 81-98. doi: <<https://doi.org/10.15446/cuad.econ.v42n88.102923>>.

Sraffa, P. (1966). *Producción de mercancías por medio de mercancías*. Oikos.